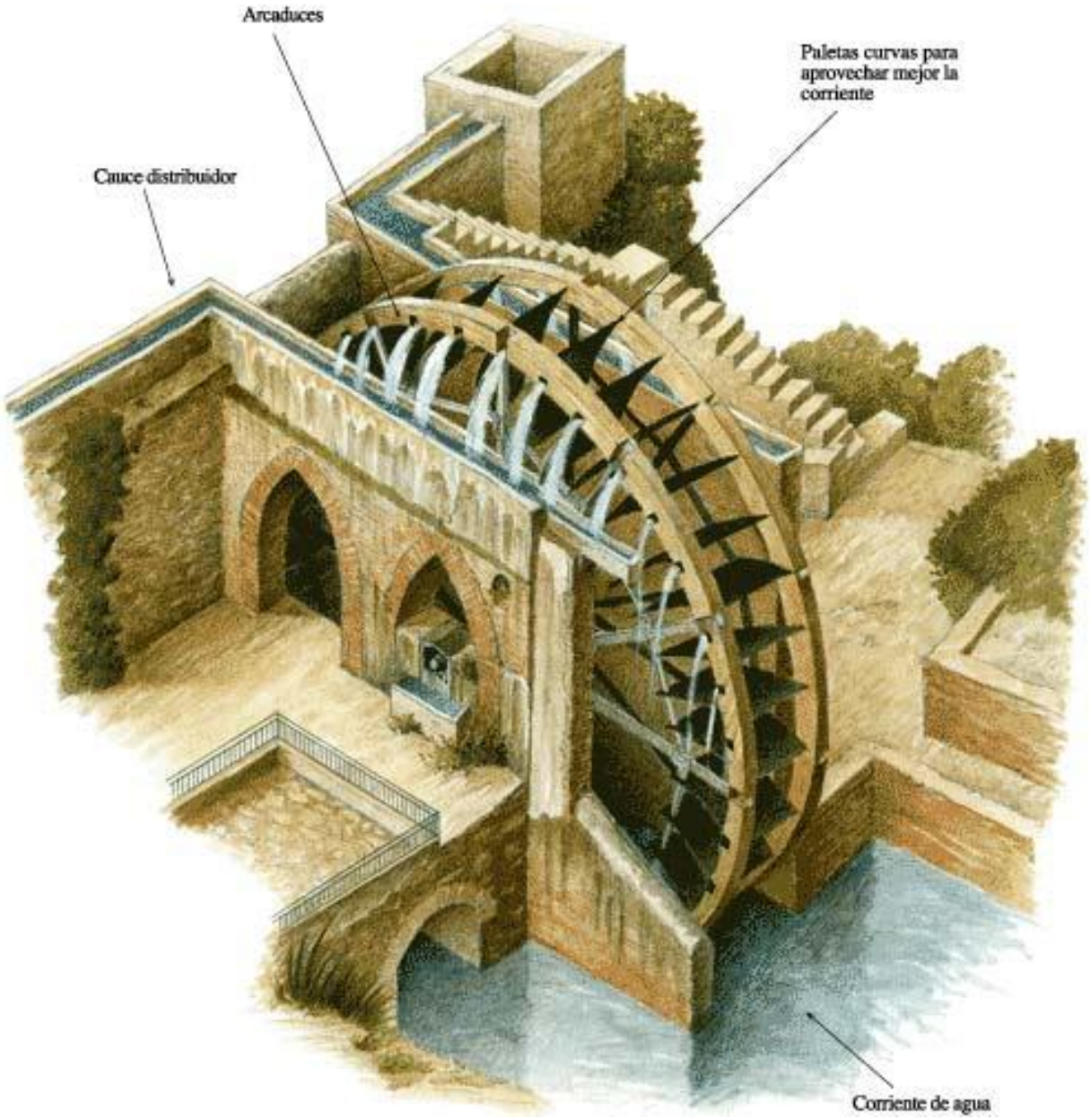
BOMBAS HIDRÁULICAS


Arcaduces
Paletas curvas para aprovechar mejor la corriente
Cauce distribuidor
Corriente de agua

La espectacular Noria Grande de Abarán (Murcia), con sus 12 metros de diámetro, pasa por ser la más grande en funcionamiento de toda Europa. Es capaz de elevar más de 30 litros por segundo..

Tornillo de Arquímedes (siglo III a.C.)

Bomba

Impulsión

BOMBAS HIDRÁULICAS

- INTRODUCCIÓN
- CLASIFICACIÓN DE LAS BOMBAS
- CENTRÍFUGA
- CURVAS CARACTERÍSTICAS
- RENDIMIENTO SEGÚN VELOCIDAD ESPECÍFICA Y TAMAÑO
- PROPORCIONES Y FACTORES DE DISEÑO
- CAVITACIÓN EN BOMBAS
- ACOPLAMIENTO DE BOMBAS A LA RED

INTRODUCCIÓN

Reservaremos el nombre de ***bomba hidráulica*** a la que eleva líquidos.

Cuando el fluido es un gas, se llama:

- ***ventilador***, cuando el incremento de presión es muy pequeño: hasta 0,07 bar
- ***soplante***, entre 0,07 y 3 bar
- ***compresor***, cuando supera los 3 bar.

Pocos técnicos diseñarán bombas; en cambio, casi todos tendrán que utilizarlas. A éstos va fundamentalmente dirigido el estudio que se hace a continuación.

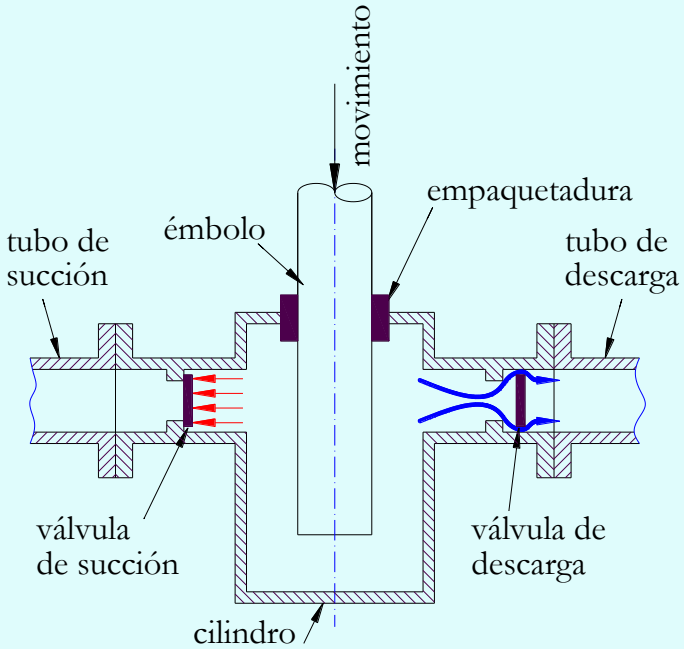
CLASIFICACIÓN

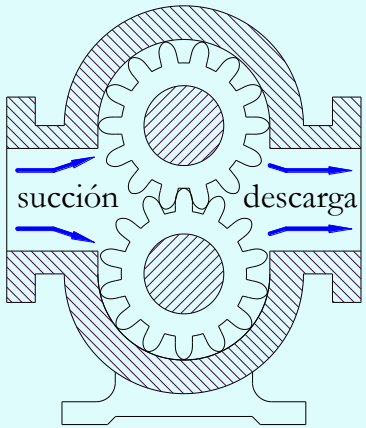
1) bombas de desplazamiento;
2) bombas de intercambio de cantidad de movimiento.

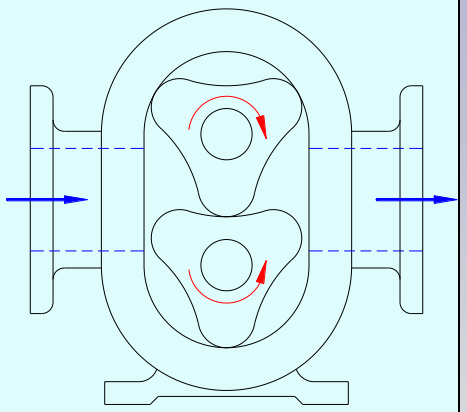
Las primeras tienen un contorno móvil de volumen variable, que obliga al fluido a avanzar a través de la máquina. Hay una gran diversidad de modelos.

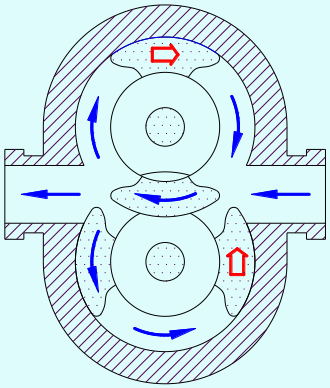
Estudiaremos el segundo grupo por ser el más frecuente.

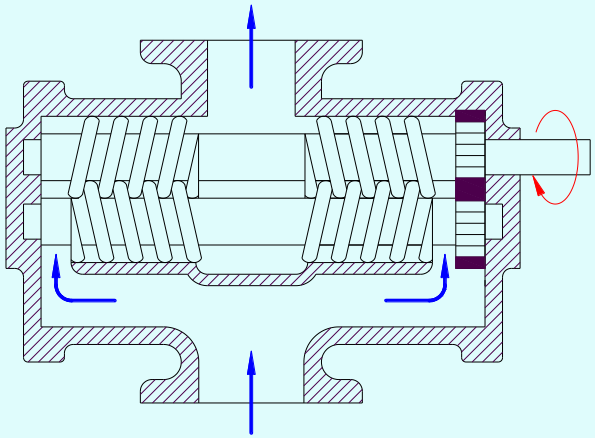
Bombas de desplazamiento

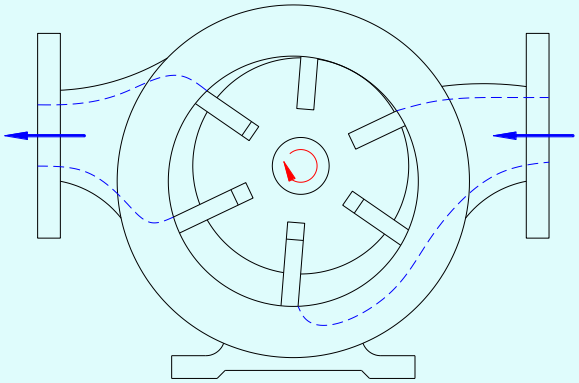


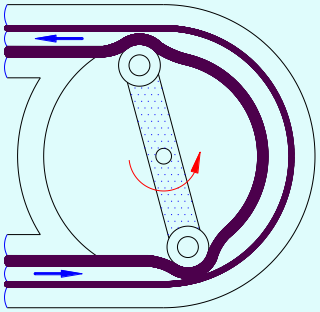








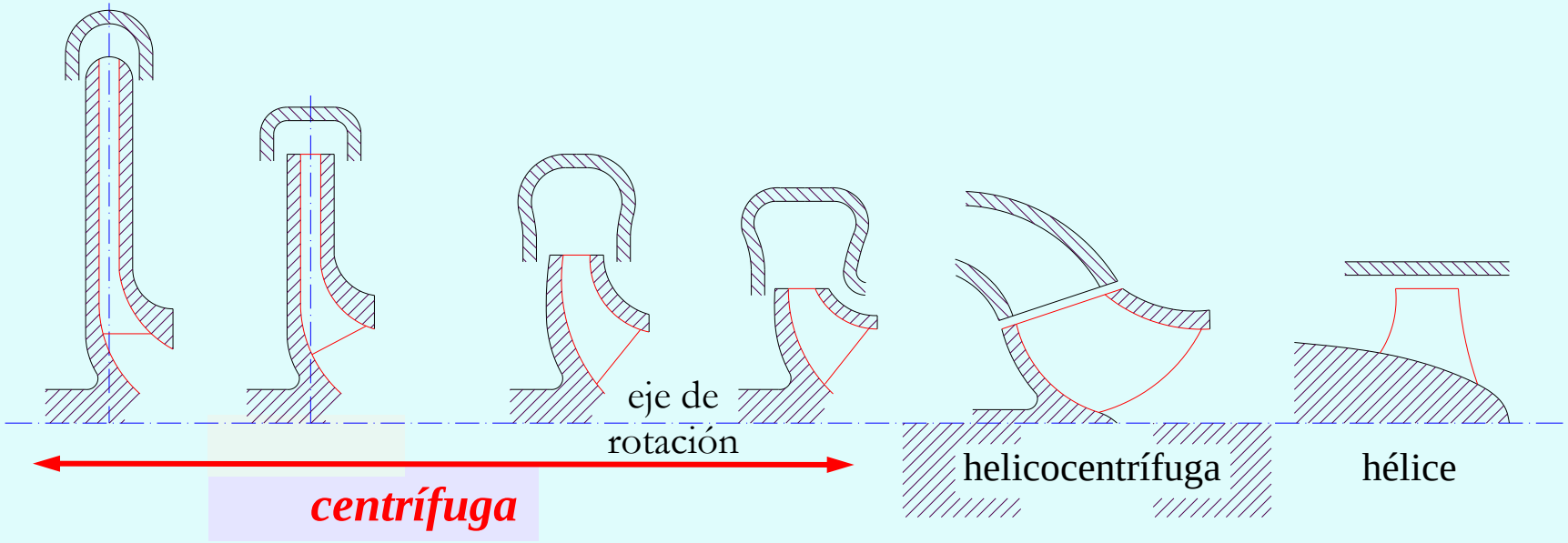




Bombas de intercambio de cantidad de movimiento

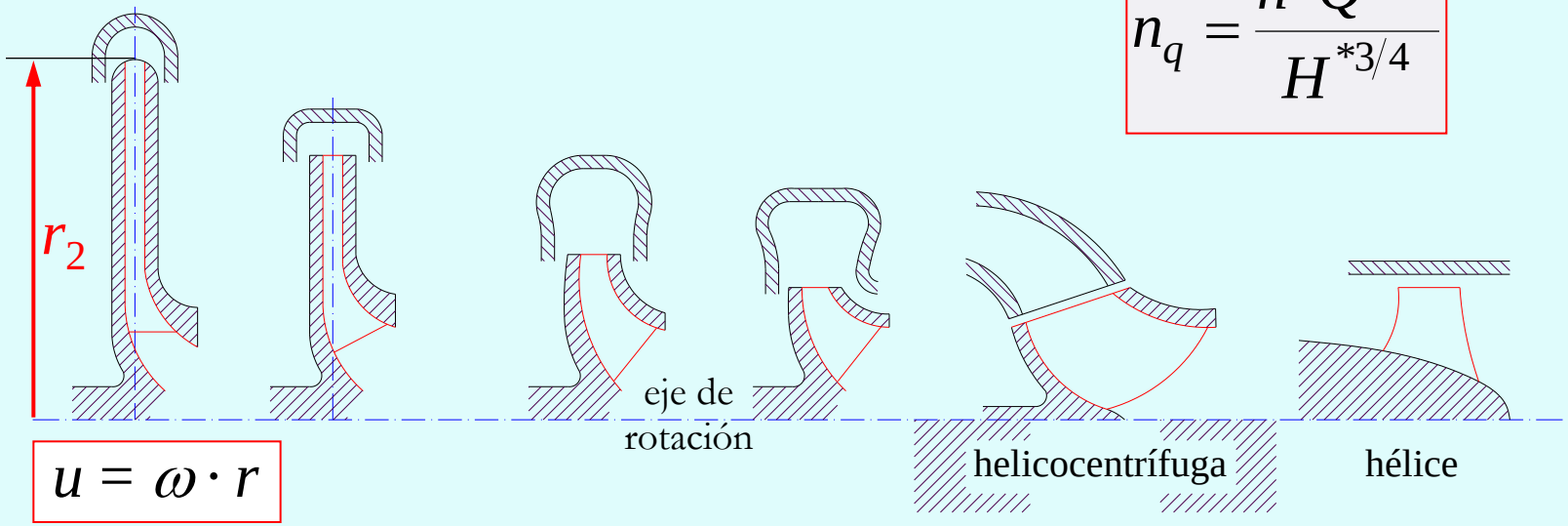
Según la dirección del flujo a la salida del rodete, podemos hablar de,

- ***bombas centrífugas*** (perpendicular al eje)
- ***bombas hélice*** (flujo paralelo al eje)
- ***bombas helicocentrífugas*** (flujo mixto).



Atendiendo a la velocidad específica n_q

$$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}}$$



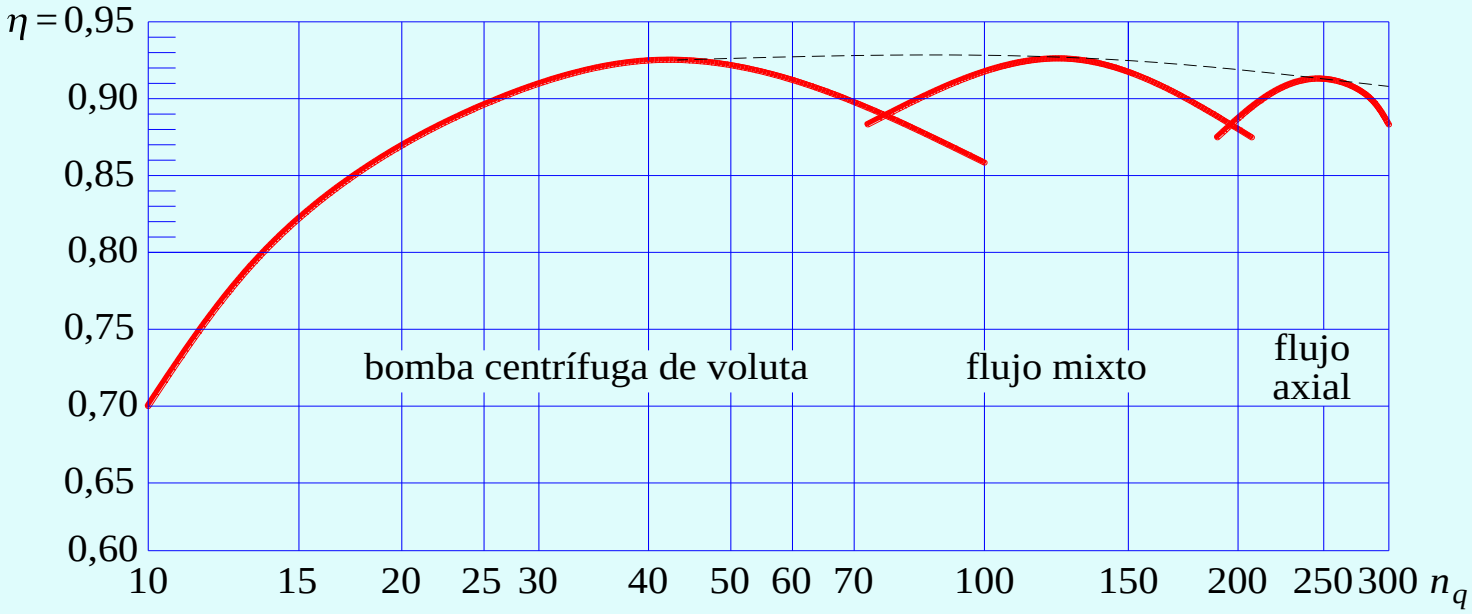
mayor altura y poco caudal necesitan menor n_q, y exigen rodetes con mayores D y/o mayor u_2, y pequeñas anchuras de salida.

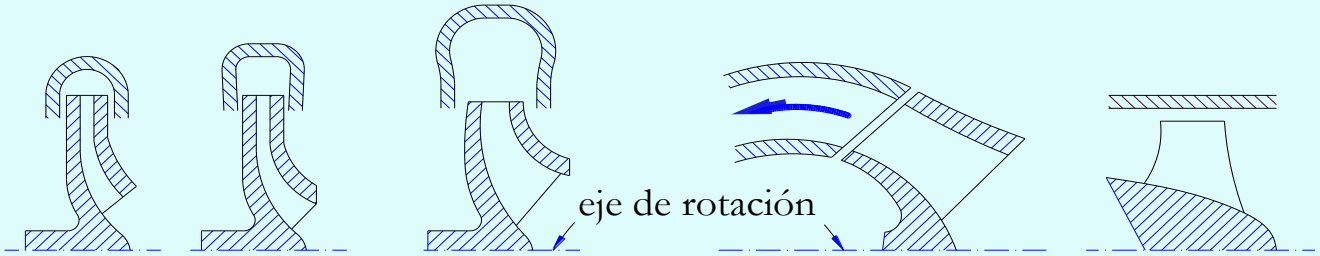
$$H_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

Para mayores n_q, la forma del rodete deriva hacia mayores anchuras de salida y menores diámetros.

Los valores de n_q son (n rpm, Q m^3/s, H m):

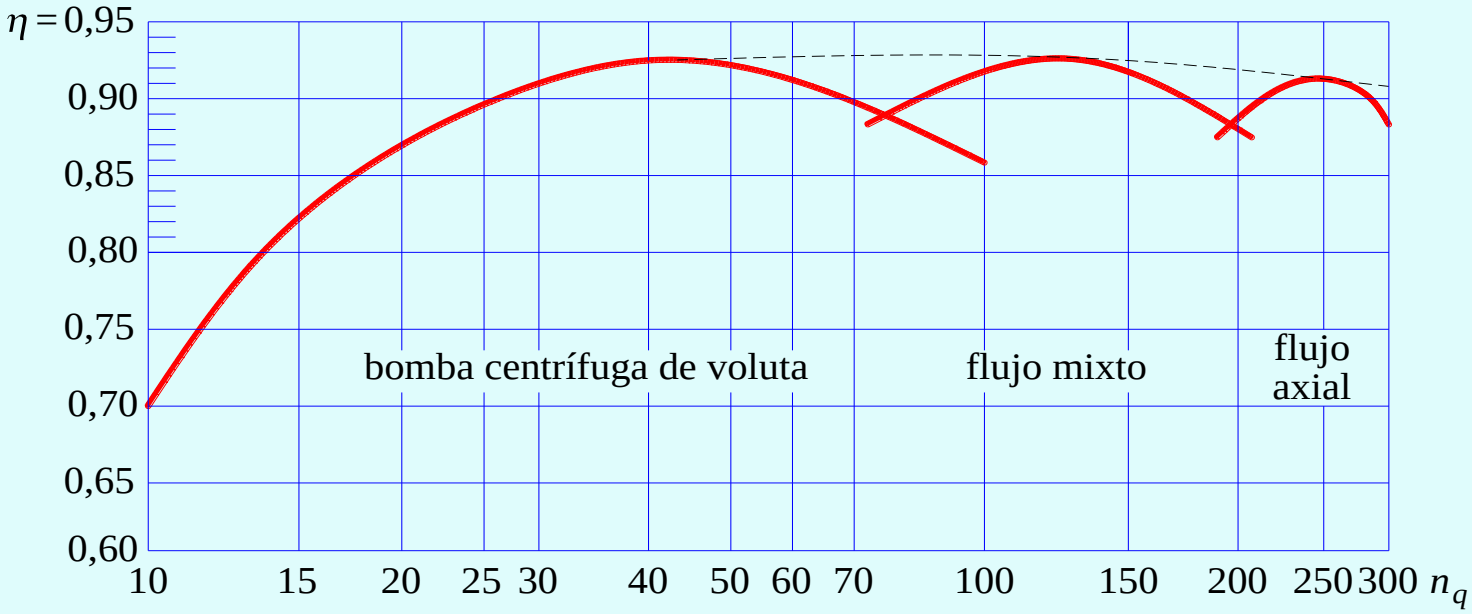
- ***bombas centrífugas*:** $n_q = 10 \div 100$ ($n_q^* \approx 50$)
- ***bombas mixtas*:** $n_q = 75 \div 200$ ($n_q^* \approx 130$)
- ***bombas hélice*:** $n_q = 200 \div 320$ ($n_q^* \approx 250$)

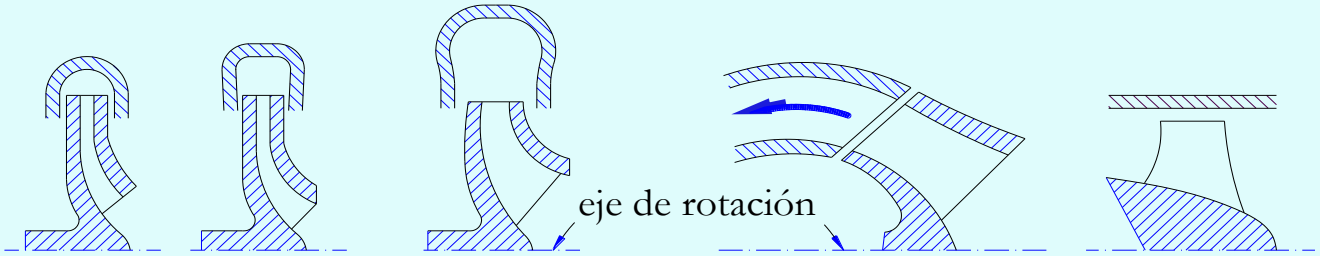




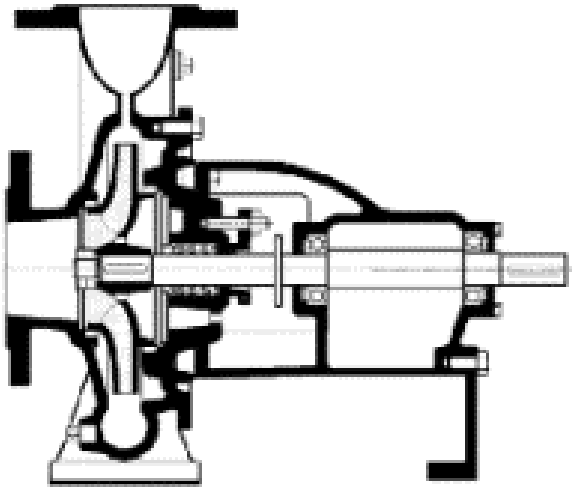
Para n_q inferiores a 10 ó 15 se recurre a bombas centrífugas multicelulares, o con varios rodetes en serie.

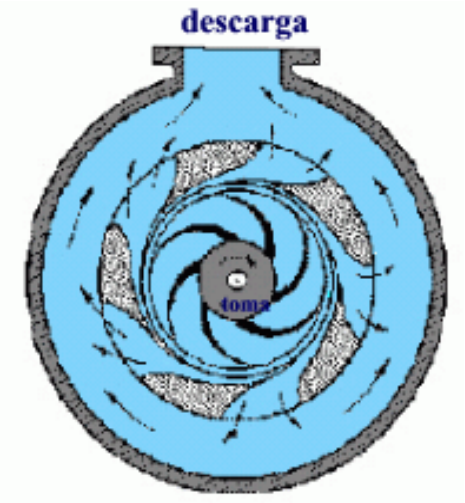
Bombas de pozo profundo: poco diámetro y muchos rodetes.

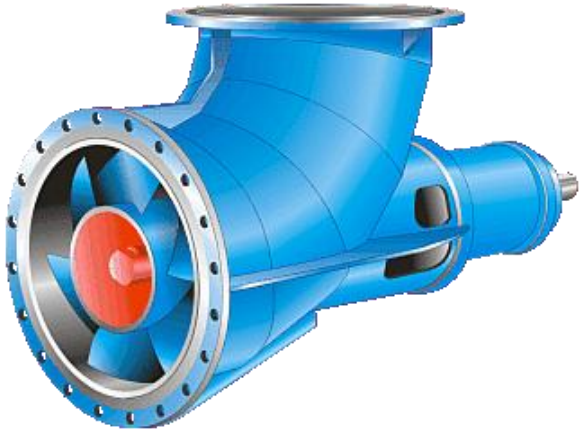




Bombas centrífugas

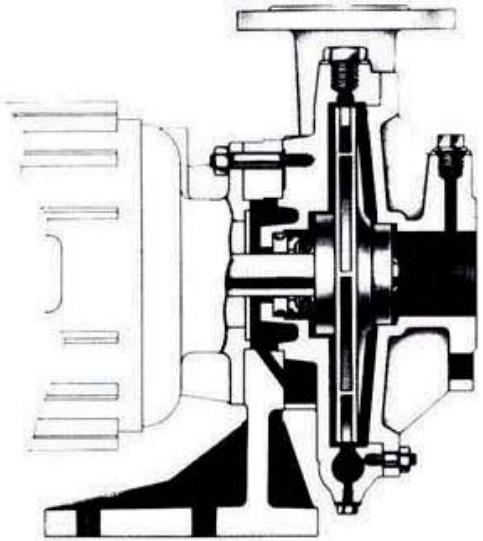




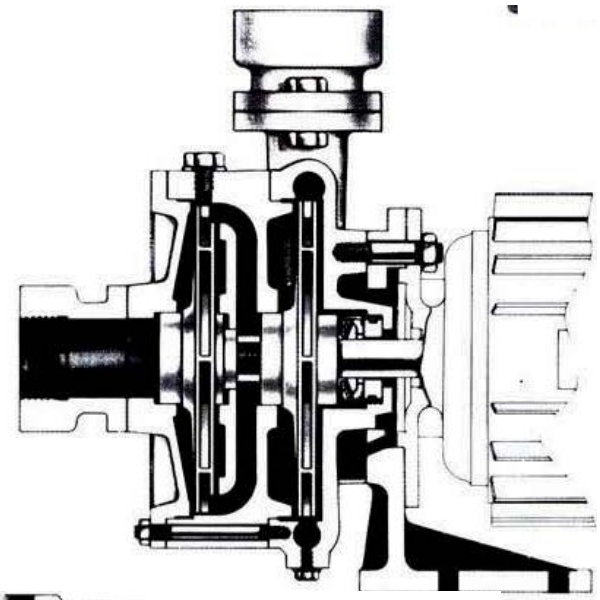


Bomba axial

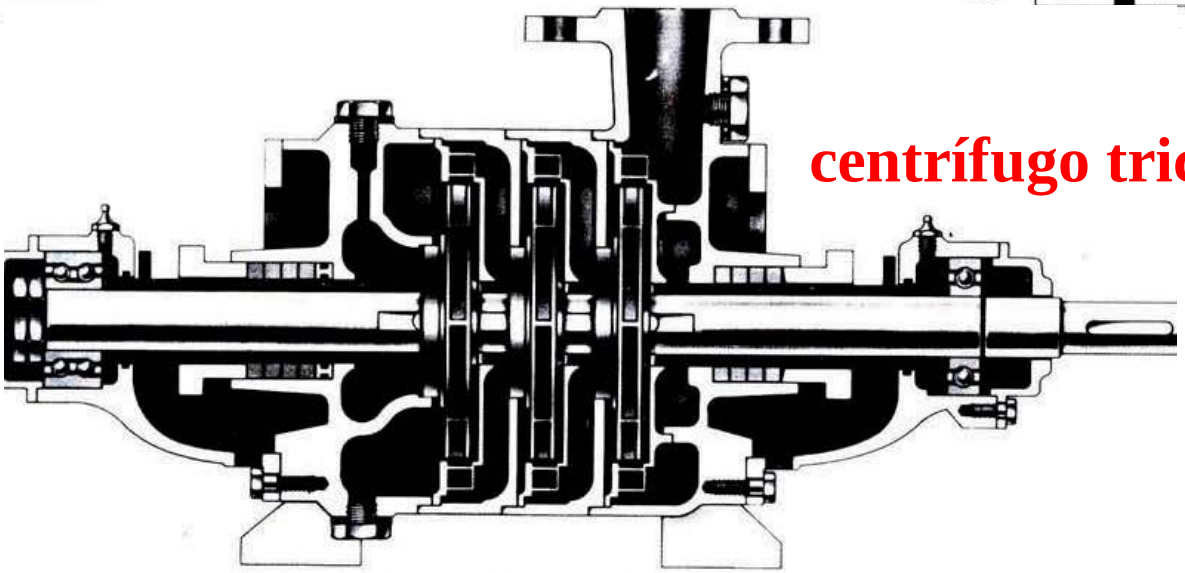
centrífugo unicelular



centrífugo bicelular



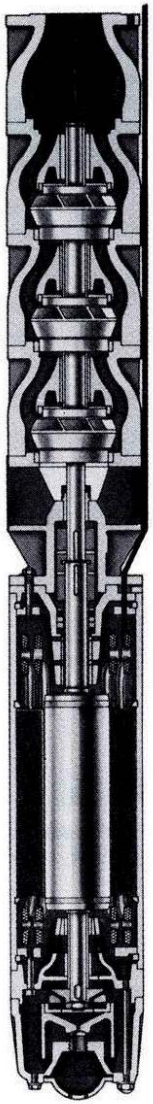
centrífugo tricelular

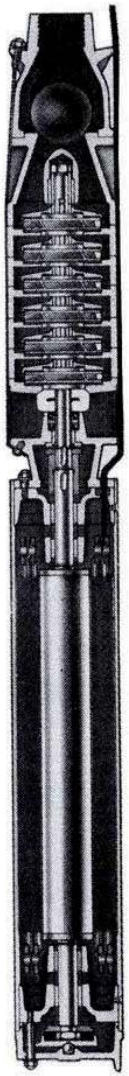


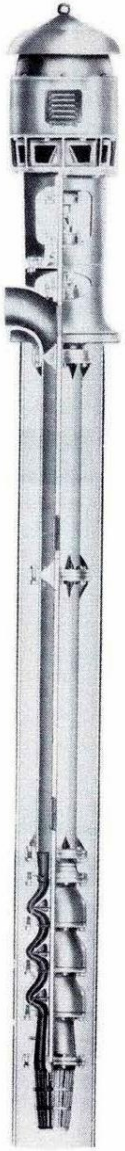
bombas de pozo profundo

rodete hélice

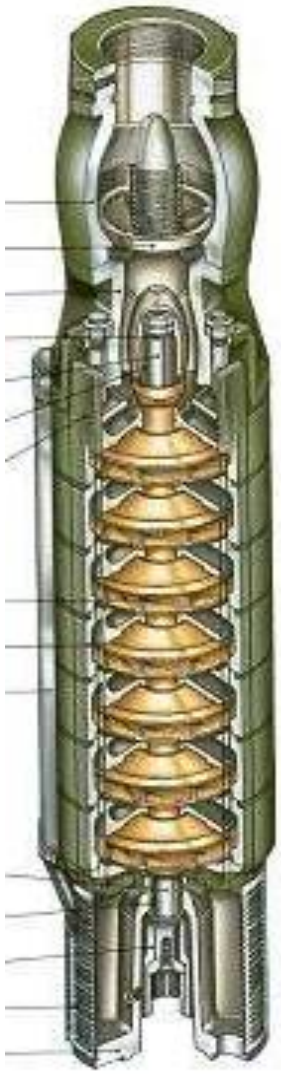
rodete centrífugo







Bombas de pozo profundo



Bombas en paralelo

EJERCICIO

a) Calcúlese n_q de la bomba de 1500 rpm, para Q = 20 l/s y H = 90 m.

b) Calcúlese n, para n_q = 10.

c) Determínese el mínimo número de rodetes para que, a 1500 rpm, n_q sea superior a 10.

d) Si para mejor rendimiento fijamos un mínimo n_q = 16, calcúlese el número de rodetes.

Solución

a) $$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0{,}02^{1/2}}{90^{3/4}} = 7{,}26$$

No llega a 10, por lo que habría que aumentar ***n*** o colocar dos rodetes.

b) $$n = \frac{n_q \cdot H^{*3/4}}{Q^{*1/2}} = \frac{10 \cdot 90^{3/4}}{0{,}02^{1/2}} = 2066 \text{ rpm}$$

c) $$H^{*3/4} = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{n_q} = \frac{1500 \cdot 0{,}02^{1/2}}{10} = 21{,}2$$

$$H = 58{,}7 \text{ m}$$

Habría que colocar dos rodetes (90/58,7 = 1,53); la $\boldsymbol{n_q}$ de cada uno sería,

$$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0{,}02^{1/2}}{(90/2)^{3/4}} = 12{,}21$$

d) $$H^{*3/4} = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{n_q} = \frac{1500 \cdot 0{,}02^{1/2}}{16} = 13{,}3$$

$$H = 31{,}4\,\mathrm{m}$$

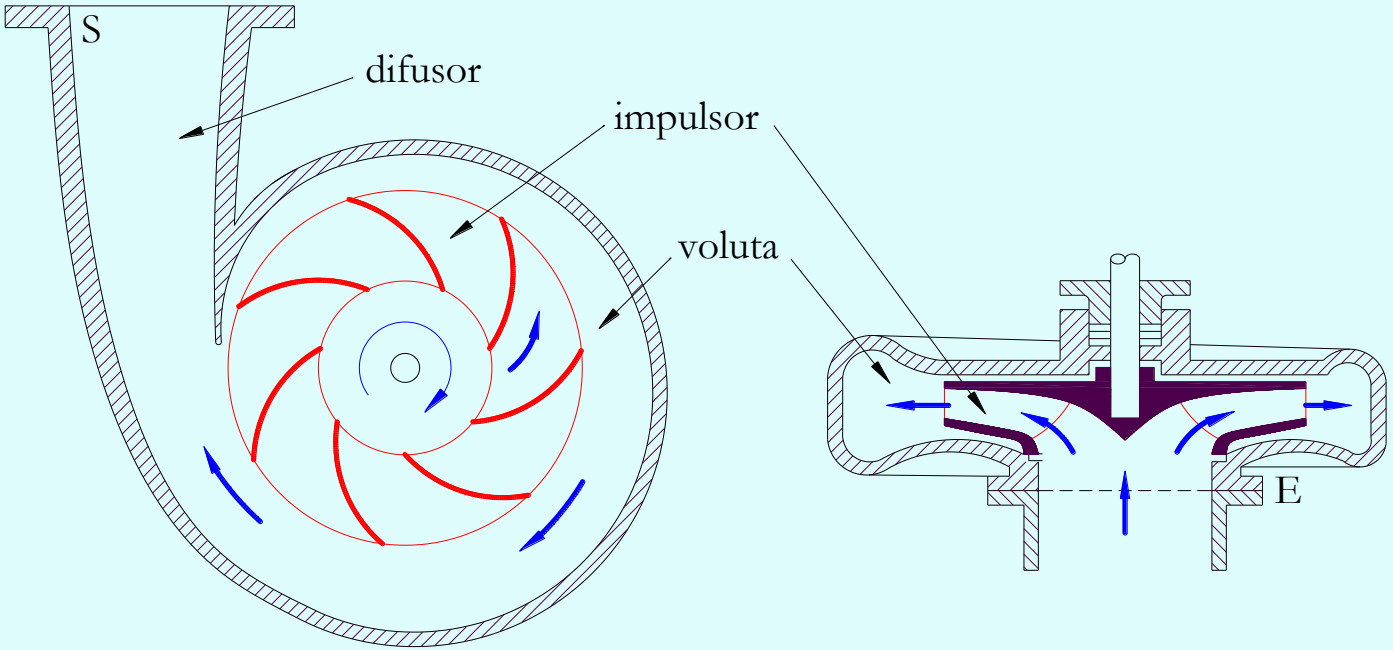
Tres rodetes (90/31,4 = 2,87); la $\boldsymbol{n_q}$ de cada uno sería,

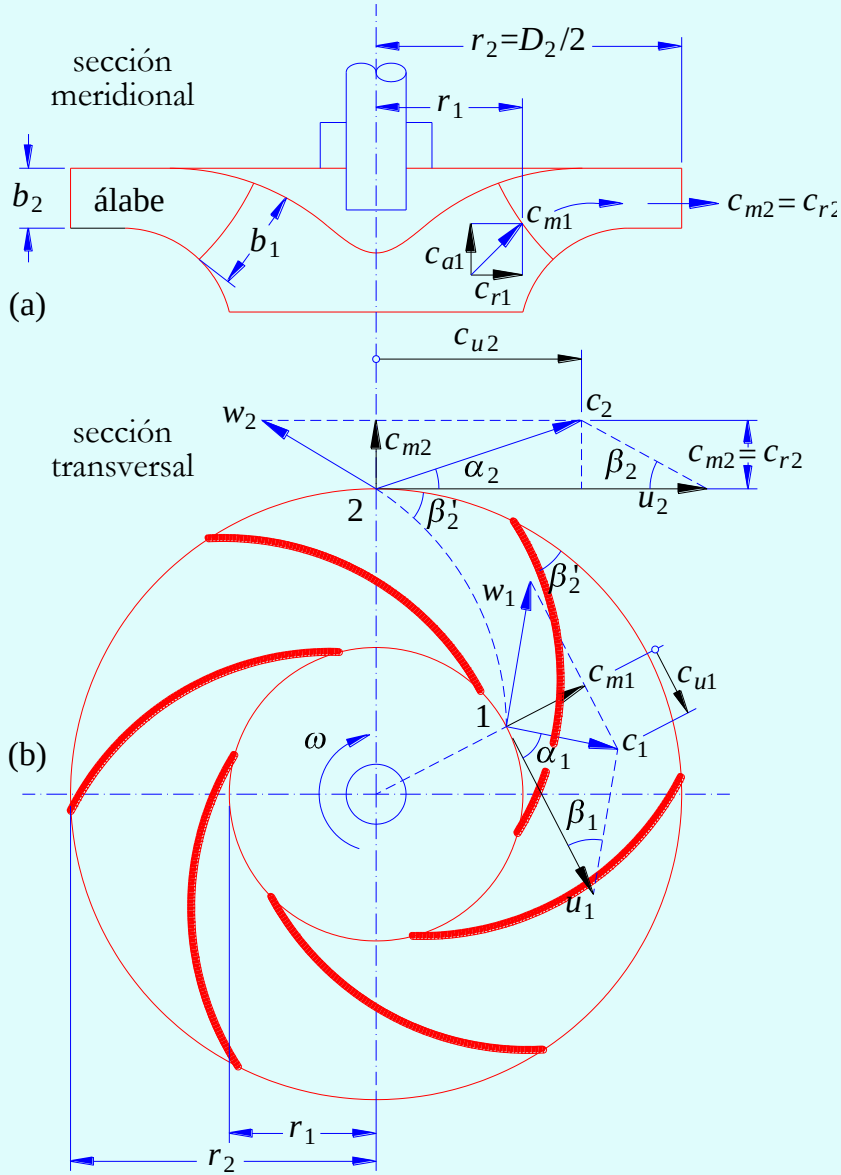
$$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0{,}02^{1/2}}{(90/3)^{3/4}} = 16{,}55$$

Bomba centrífuga

El flujo llega al ***rodete*** a través de un conducto perpendicular al él.

Entra en el mismo sin energía y sale con energía de presión (p_2/γ) y de velocidad $(c_2^2/2g)$. Fuera del rodete, ésta ha de pasar también a energía de presión en la voluta, lo que va a originar pérdidas; interesan pues $\boldsymbol{c_2}$ pequeñas.





Entra el flujo en el rodete con la velocidad absoluta **c_1 (c_{a1} c_{r1} c_{u1}?)** y sale con la velocidad **c_2 (c_{r2} c_{u2}).**

A la resultante de **c_a** y **c_r** se le llama ***velocidad meridiana c_m*:**

$$c_m^2 = c_a^2 + c_r^2$$

Si no hay componente axial:

$$c_m = c_r$$

Si no hay componente radial

$$c_m = c_a$$

Triángulos de velocidades

Caudal

$$Q_r = S_1 \cdot c_{m1} = S_2 \cdot c_{m2}$$

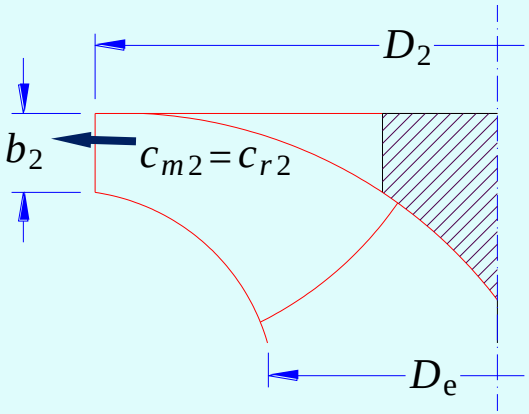
Si D_2 es el diámetro, o diámetro medio, del rodete (k = 0,95):

$$Q_r = S_2 \cdot c_{m2} = k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{m2}$$

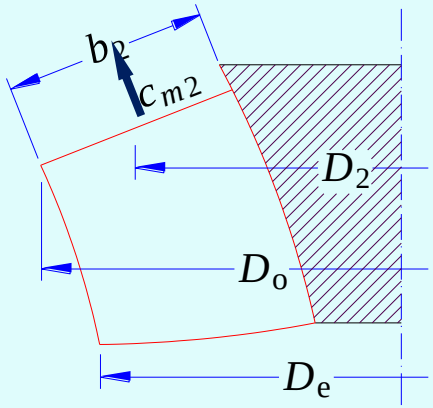
a) en las bombas centrífugas, $c_{m2} = c_{r2}$

b) en las bombas axiales, $c_{m2} = c_{a2}$

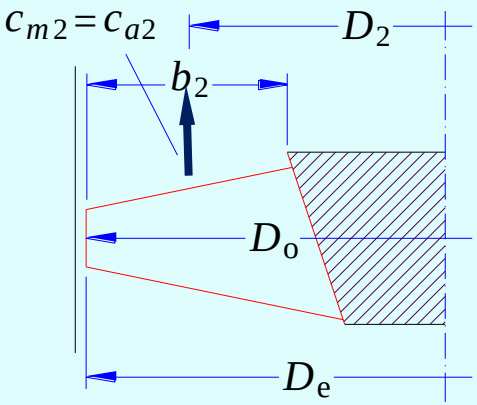
centrífuga



flujo mixto



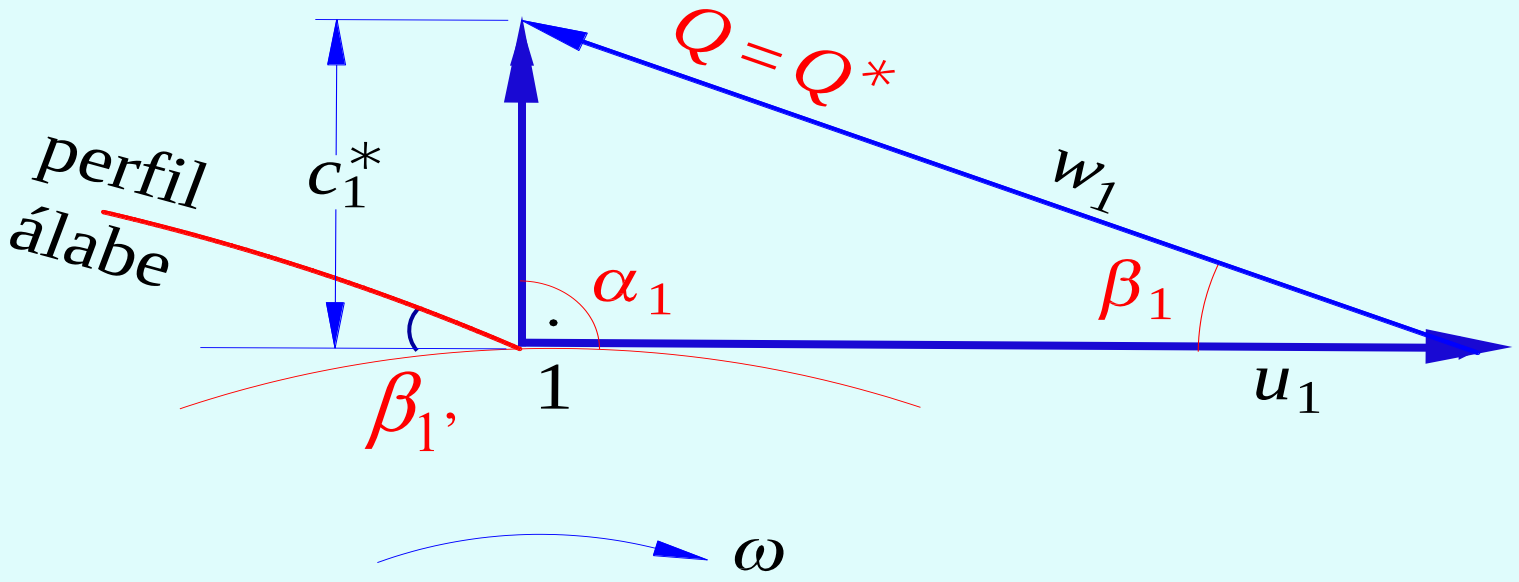
flujo axial



Triángulo de entrada. Prerrotación

Generalmente, la bomba se calcula para que cuando trabaje con el caudal ***Q**** de diseño, el líquido entre en el rodete sin rotación previa en el conducto de acceso:

$$c_{u1} = 0 \quad \alpha_1 \approx 90^{o} \quad c_1 = c_{m1}$$



Si la bomba trabajara con mayor o menor caudal que el ***Q**** de diseño, tendría que ocurrir:

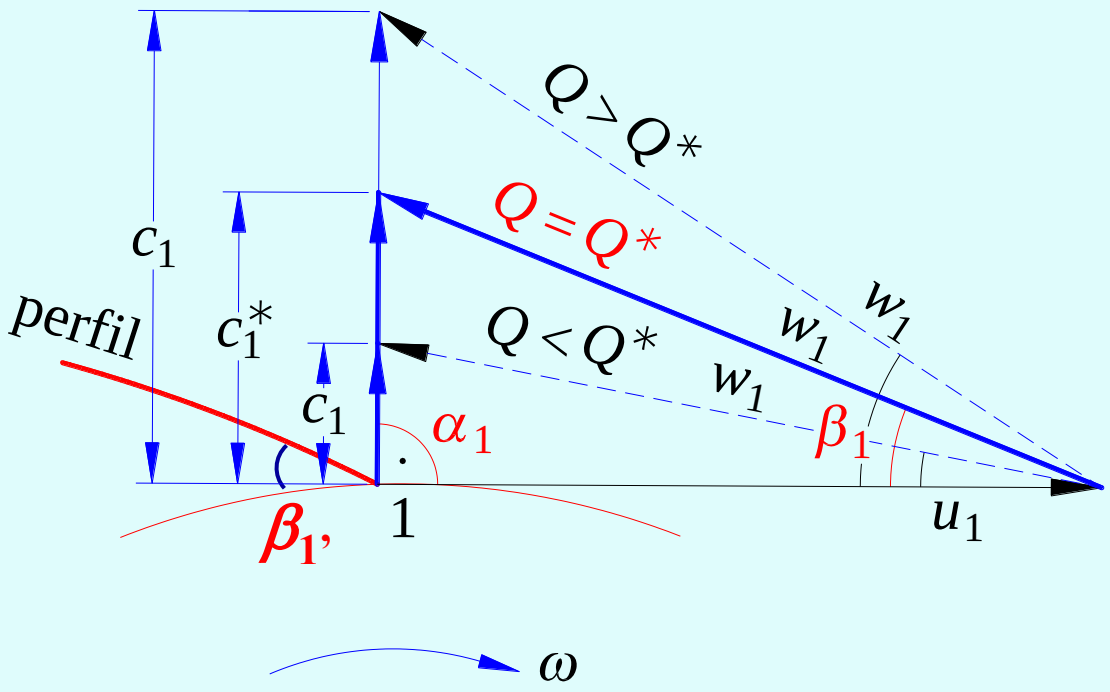
cuando ***Q* > *Q****, $\boldsymbol{c_{m1}}$ tiene que aumentar ($Q_r = S_1 \cdot c_{m1}$)
cuando ***Q* < *Q****, $\boldsymbol{c_{m1}}$ tiene que disminuir.

Planteemos dos posibles hipótesis: **a)** y **b)**

β_1, (

Hipótesis a)

El líquido sigue sin rotar en el conducto de acceso **($\alpha_1 \approx 90^o$)**: β_1 del triángulo puede variar bastante respecto al β_1' que tienen los álabes del rodete a la entrada. Se producirían choques contra el adverso o el reverso de los álabes.



Hipótesis b)

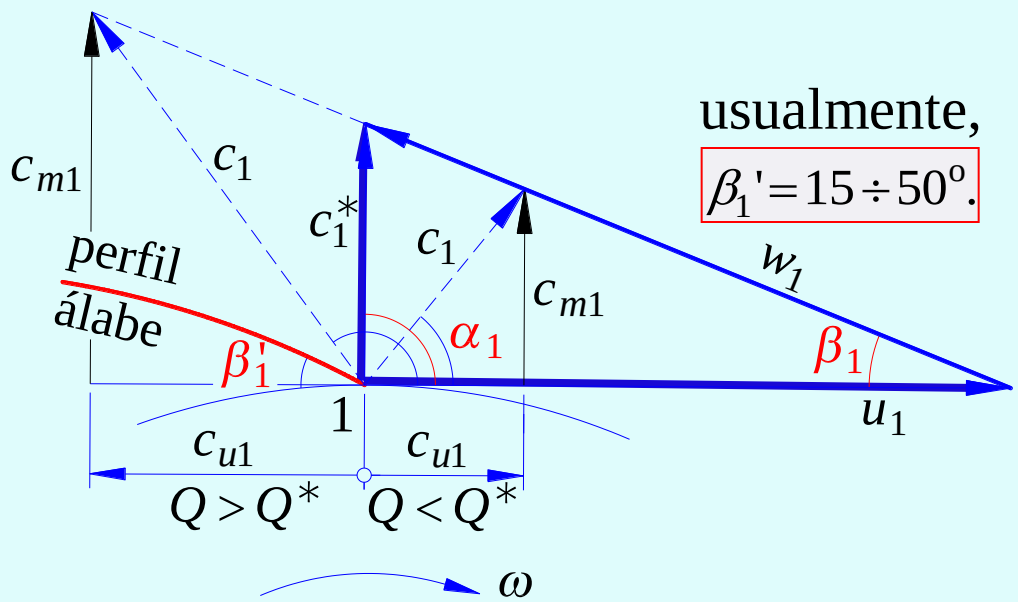
El líquido entra tangente a los álabes **($\beta_1 \approx \beta_1'$)**: α_1 varía respecto de los 90º de diseño.

El flujo sufre una rotación previa en la tubería de acceso ($c_{u1} \neq 0$), en el sentido de $\vec{u}$

si $Q < Q^*$ ($Q_r = S_1 \cdot c_{m1}$)

y en sentido contrario

si $Q > Q^*$



El flujo busca siempre el camino menos resistente (el de menos pérdidas), que resulta ser la ***hipótesis* b (*prerrotación en el conducto de acceso*).**

Triángulo de salida

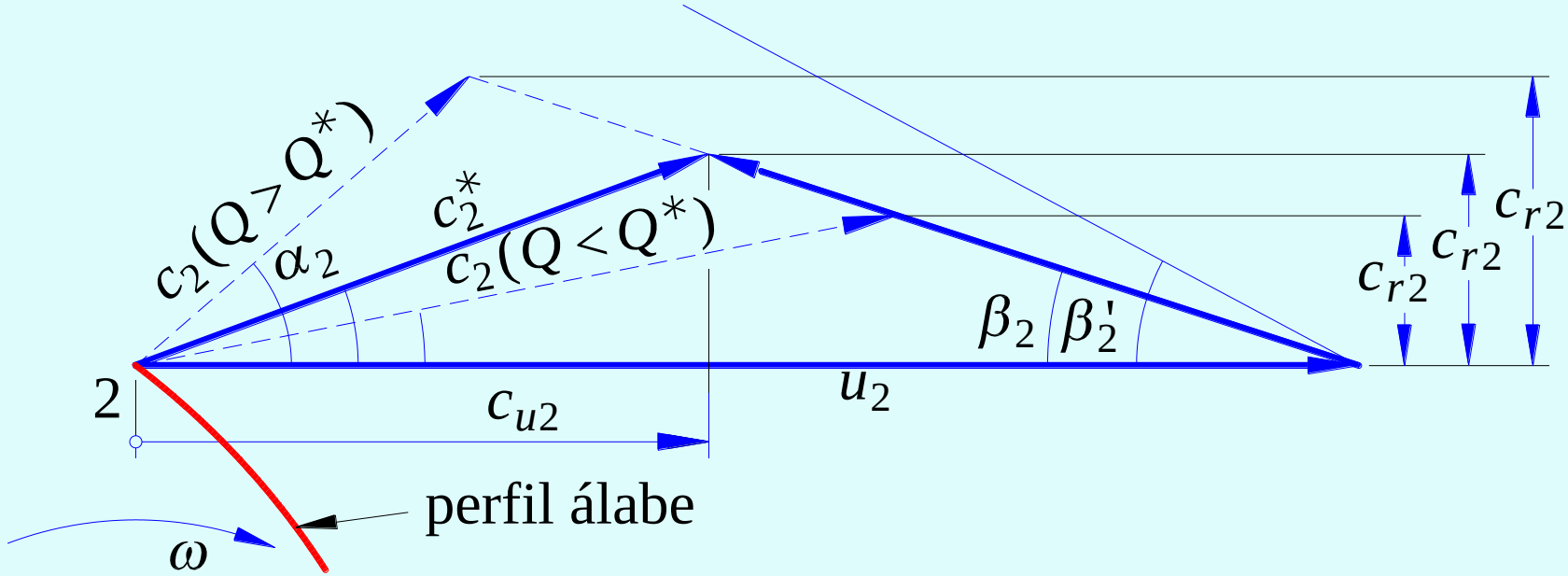
a) u_2 es lógicamente la misma para cualquier caudal.

b) β_2 es casi el mismo para cualquier caudal:

$$\beta_2 = \beta_2' \text{ si } z = \infty \qquad \beta_2 < \beta_2' \text{ si } z = \text{finito}$$

β_2' es el mismo en todo el ancho b_2 en bombas centrífugas, y diferente en bombas hélice o hélicocentrífuga.

c) c_2 y α_2 varían cuando varía el caudal: $Q_r = S_2 \cdot c_{r2}$



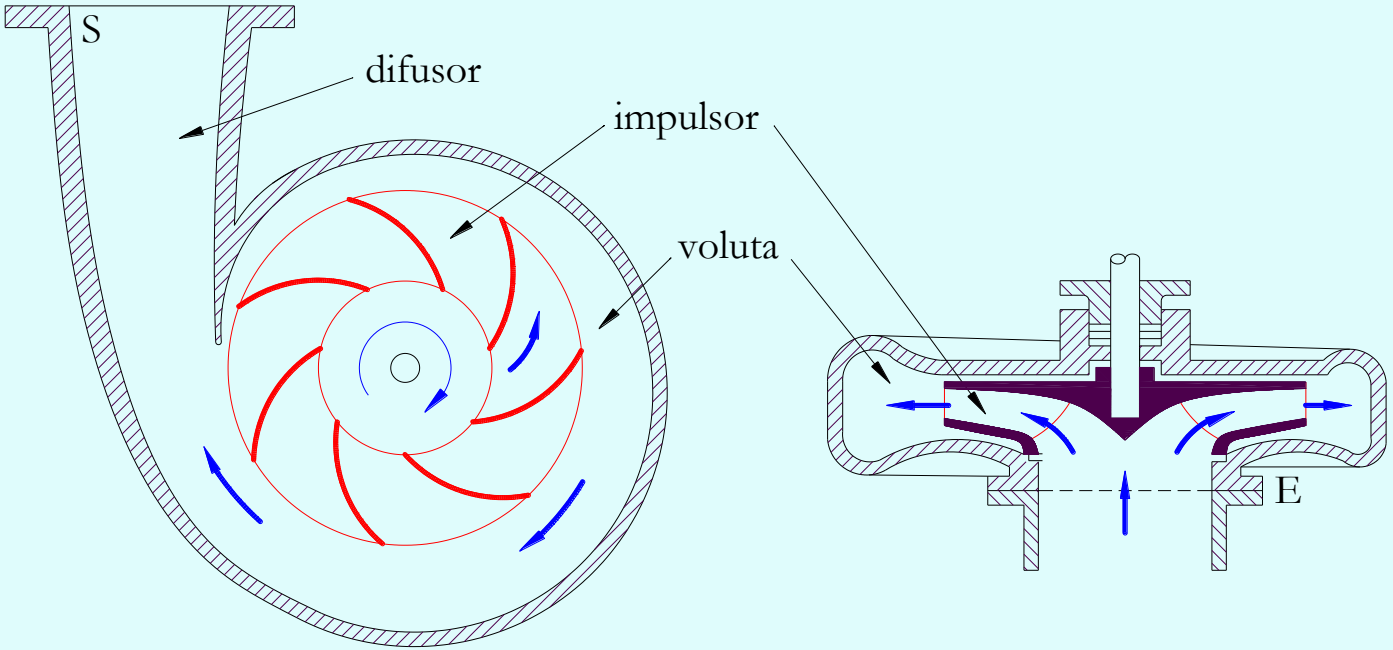
Ecuación de Euler

$$g \cdot H_{t,\infty} = u_2 \cdot c_2 \cdot \cos\alpha_2 - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos\alpha_1$$

En general, en condiciones de diseño, no hay prerrotación:

$$\alpha_1^* = 90^o$$

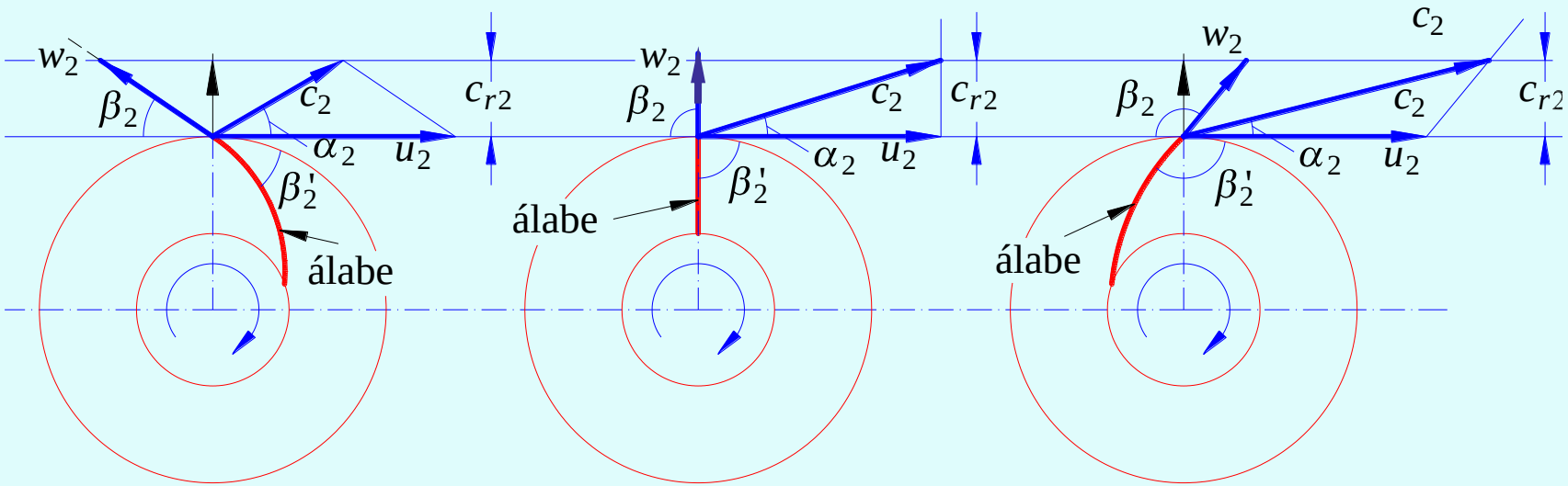
$$\boxed{g \cdot H_{t,\infty} = u_2 \cdot c_2 \cdot \cos\alpha_2 = u_2 \cdot c_{u2}}$$



Veamos cómo varían en una bomba centrífuga c_2 ($c_{m2} = c_{r2}$) según la forma de los álabes del rodete:

$\beta_2' < 90^o$ **(álabe curvado hacia atrás)**
$\beta_2' = 90^o$ **(álabe radial)**
$\beta_2' > 90^o$ **(álabe curvado hacia adelante)**

$\beta_2' > 90^o$ no interesa: c_2 resulta mayor.



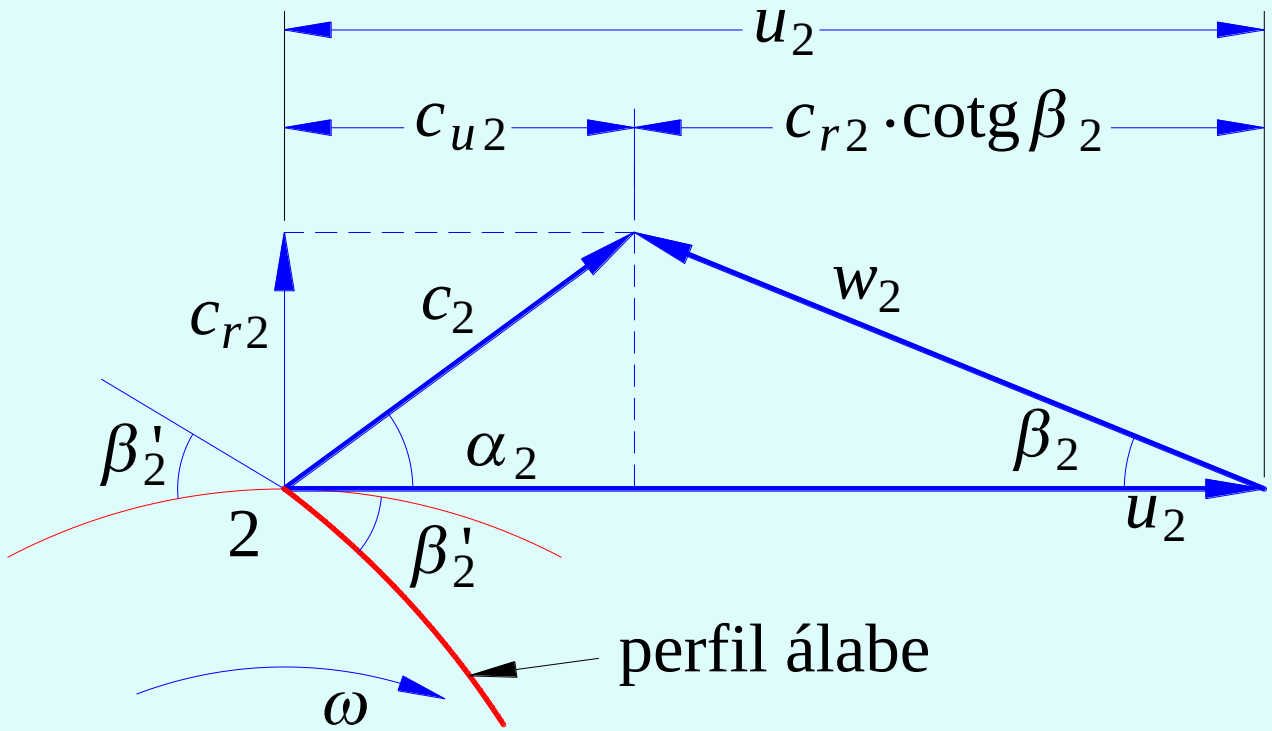
Suponiendo, $\beta_2 = \beta_2'$ (infinitos álabes)

Curva motriz teórica para infinitos álabes

No hay pérdidas: ***H = H$_t$*** y ***Q = Q$_r$.***

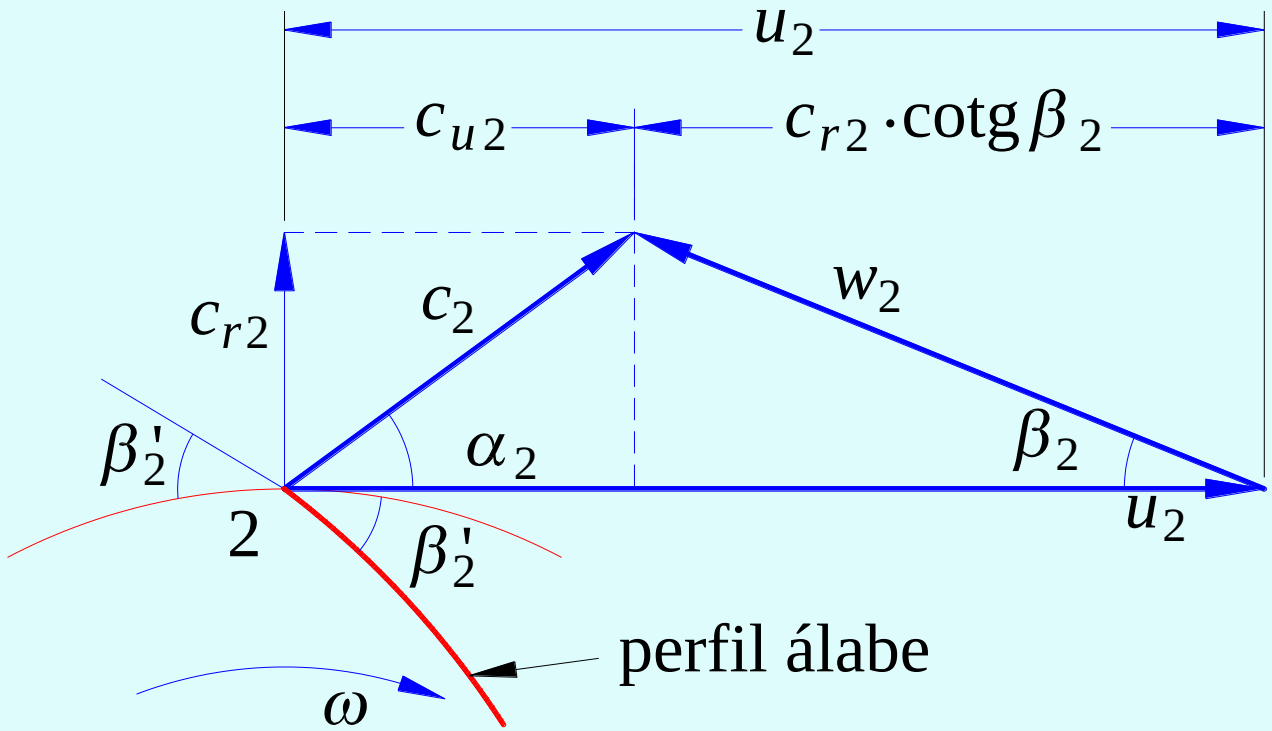
$$H_{t,\infty} = H(Q)$$

$H_{t,\infty}$ es doblemente teórica ($\beta_2 = \beta_2'$):$H = H_{t,\infty} = \dfrac{u_2 \cdot c_{u2}}{g}$



$$c_{u2} = u_2 - c_{r2} \cdot \mathrm{cotg}\,\beta_2 \qquad Q_\mathrm{r} = S_2 \cdot c_{r2} = k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{r2}$$

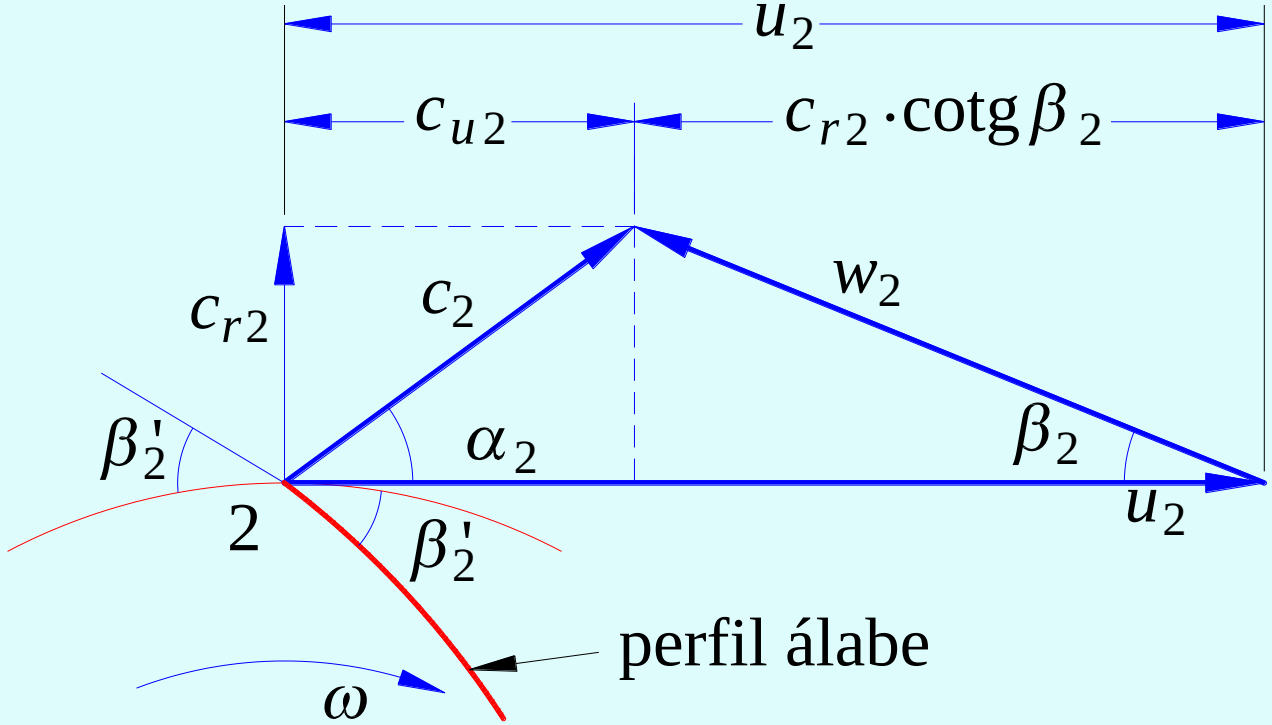
$$c_{u2} = u_2 - \frac{Q_\mathrm{r}}{k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \mathrm{cotg}\,\beta_2$$



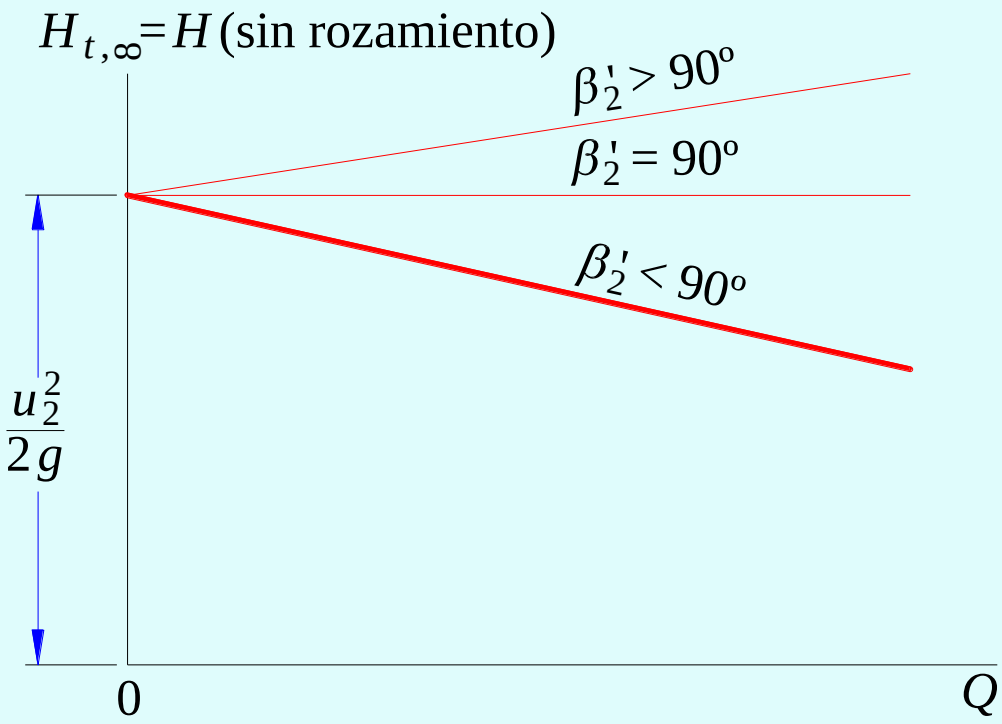
$$H = H_{t,\infty} = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g} \qquad c_{u2} = u_2 - \frac{Q_r}{k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \operatorname{cotg} \beta_2$$

Sustituimos:

$$H = H_{t,\infty} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cdot \operatorname{cotg} \beta_2'}{g \cdot k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot Q$$



Pudiera que, $\beta_2' > 90^o$, $\beta_2' = 90^o$ $\beta_2' < 90^o$:



No conviene una ***curva motriz*** creciente, pues la ***resistente*** lo es siempre, y podrían cortarse en dos puntos: ***oscilaciones de bombeo.*** Lo habitual es que β_2' varíe entre 15º y 35º, y más frecuentemente entre 20º y 25º.

Curva motriz teórica para z álabes

Con **z** álabes, $\beta_2 < \beta_2'$: menor c_{u2} ($c_{u2} < c_{u2}'$). Y como,

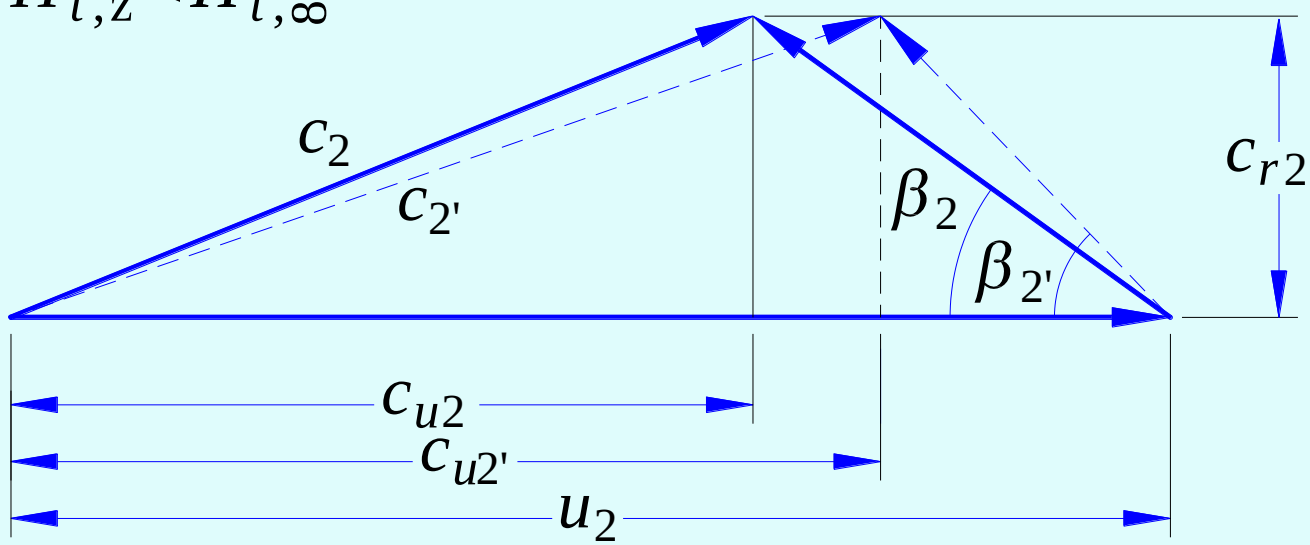
$$H_t = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g} \qquad H_{t,z} < H_{t,\infty}.$$

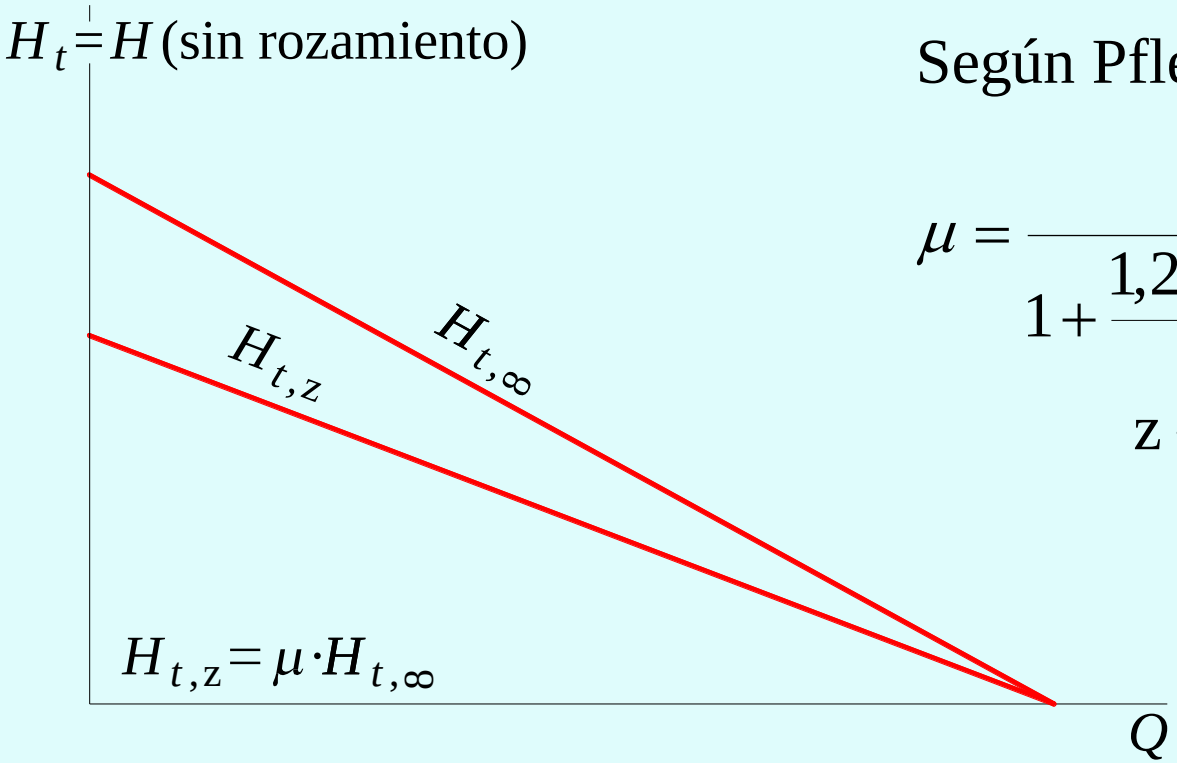
Podemos escribir,

$$\boxed{H_{t,z} = \mu \cdot H_{t,\infty}}$$

$c_{u2} < c_{u2'}$

$H_{t,z} < H_{t,\infty}$





Según Pfleiderer,

$$\mu = \frac{1}{1 + \dfrac{1{,}2 \cdot (1 + \text{sen}\ \beta_2')}{z \cdot \left[1 - \left(\dfrac{D_1}{D_2}\right)^2\right]}}$$

La menor $H_{t,z}$ con relación a $H_{t,\infty}$, no es una pérdida; se trata simplemente de prestaciones diferentes.

EJERCICIO

Si, D_1 = 200 mm, D_2 = 500 mm y β_2' = 25º, determínese el coeficiente μ de Pfleiderer para un impulsor de 6 álabes.

Solución

$$\mu = \frac{1}{1 + \dfrac{1{,}2 \cdot (1 + \text{sen}\ \beta_2')}{z \cdot \left[1 - \left(\dfrac{D_1}{D_2}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \dfrac{1{,}2 \cdot (1 + \text{sen}\ 25^{\circ})}{6 \cdot \left[1 - \left(\dfrac{0{,}2}{0{,}5}\right)^2\right]}} = 0{,}747$$

Curva motriz real

Para **z** álabes,

$$H = \mu \cdot \left(\frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cdot \operatorname{cotg} \beta_2'}{g \cdot k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot Q \right)$$

A válvula cerrada **($Q = 0$)**,

- teórica, ∞ álabes:

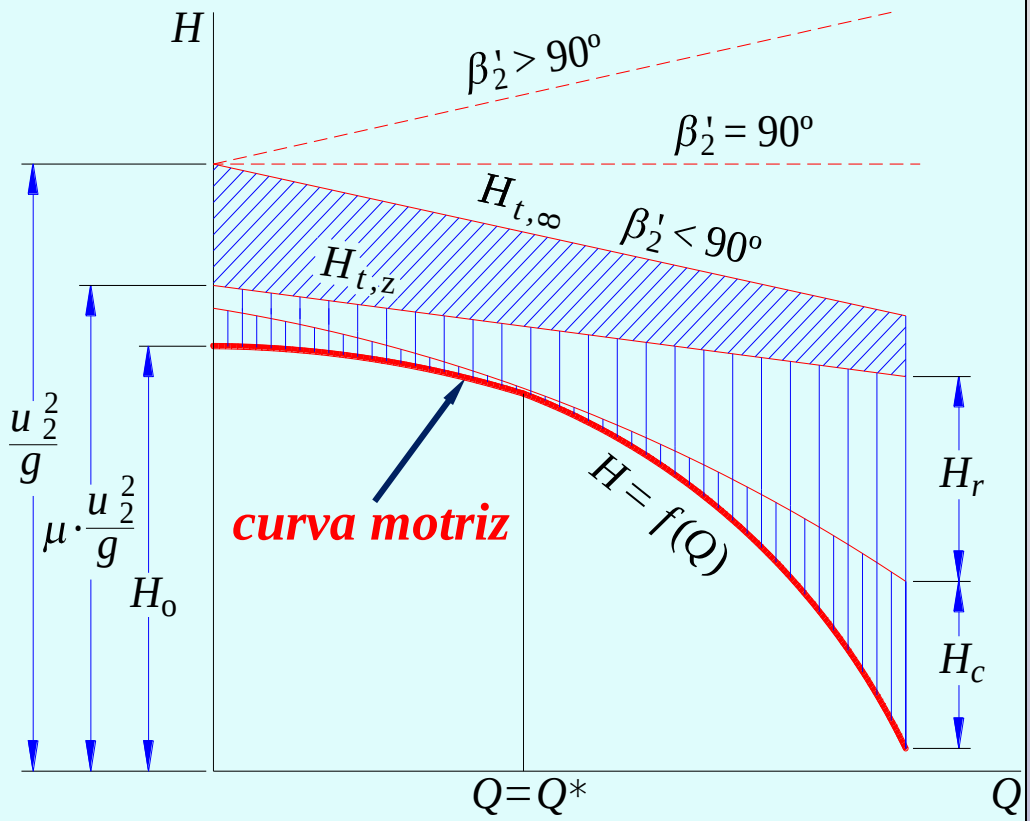
$$H_{Q=0} = u_2^2 / g$$

- teórica, z álabes:

$$H_{Q=0} = \mu \cdot u_2^2 / g$$

- real, z álabes ($Q_r = q$):

$$H_{Q=0} < \mu \cdot u_2^2 / g$$



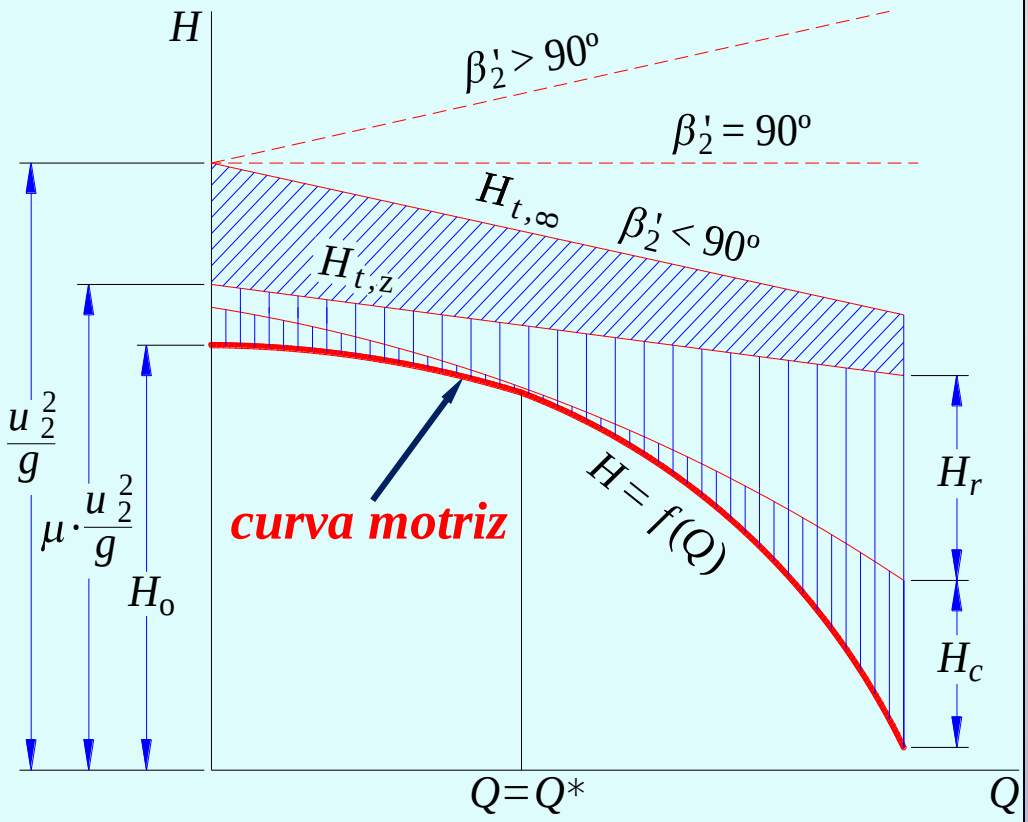
A válvula abierta **(Q > 0)**,

a) pérdidas por rozamiento: $H_r = K_r \cdot Q^2$

b) pérdidas por choques: $H_c = K_c \cdot (Q - Q^*)^2$

Esta última es nula en condiciones de diseño **(Q = Q*)**; y aumenta con la diferencia **(Q − Q*)**.

No es posible computar por separado estas dos pérdidas.



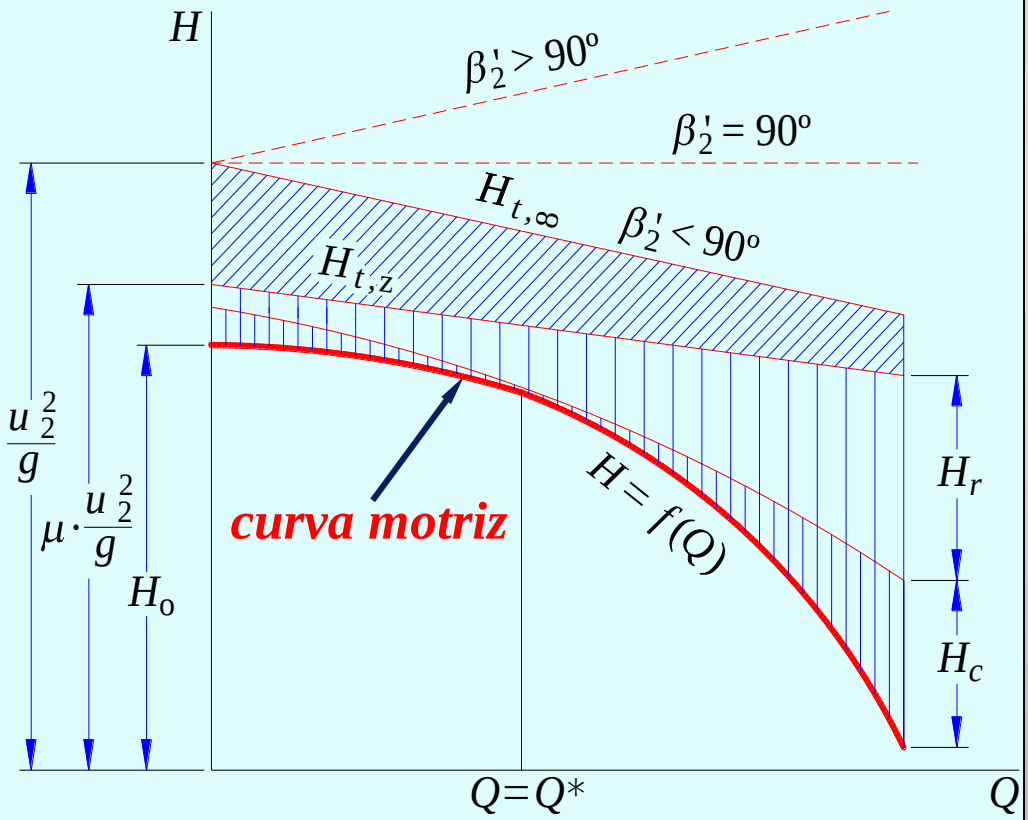
Restando a la altura teórica las pérdidas por rozamiento y las pérdidas por choques, obtenemos la ***curva real*** o ***curva motriz*:**

$$H = H_{t,z} - H_r - H_c$$

$$H = (c' + a' \cdot Q) - K_r \cdot Q^2 - K_c \cdot (Q - Q^*)^2$$

$$\boxed{H = c + b \cdot Q + a \cdot Q^2}$$

Es una parábola; su gráfica se obtiene en un banco de ensayos.



Una vez conocida mediante ensayos la ***curva real***, tendríamos una tabla de valores.

Si se precisa la expresión matemática podría hacerse un ajuste mediante el método de los mínimos cuadrados.

$$\boxed{H = c + b \cdot Q + a \cdot Q^2}$$

Si sólo necesitamos ajustar el trozo de curva en el que nos vayamos a mover en cada caso, es suficiente ajustar a la expresión,

$$\boxed{H = c + a \cdot Q^2}$$

Ajuste por mínimos cuadrados

Se trata de calcular los parámetros ***a*** y ***c*** de la expresión,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

La diferencia $[H - (c + a \cdot Q^2)]$ es pequeña (teóricamente nula) para cualquier punto; más aún el cuadrado de la misma,

$$[H - (c + a \cdot Q^2)]^2$$

Se toman **n** (5 ó 6) puntos reales, se sustituyen en la expresión anterior y se suman:

$$S = \Sigma\, [H_i - (c + a \cdot Q_i^2)]^2$$

$$S = \Sigma\,[H_i - (c + a \cdot Q_i^2)]^2$$

Derivamos respecto a ***c*** y respecto a ***a***, e igualamos ambas a cero:

$$\partial S/\partial c = 0$$

$$\partial S/\partial a = 0$$

$$\boxed{\Sigma H_i - n \cdot c - a \cdot \Sigma Q_i^2 = 0}$$

$$\boxed{\Sigma(H_i \cdot Q_i^2) - c \cdot \Sigma Q_i^2 - a \cdot \Sigma Q_i^4 = 0}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se obtienen los coeficientes ***a*** y ***c***.

EJERCICIO

De la curva característica $H = H(Q)$ de una bomba tomamos los siguientes puntos:

Q m^3/h	50	100	150	200	250	275	300
H m	53	50	47	42,5	36	32	27,5

Ajústese a la expresión,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

Solución

$$\Sigma H_{\mathrm{i}} - \mathrm{n} \cdot c - a \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^2 = 0$$

$$\Sigma(H_{\mathrm{i}} \cdot Q_{\mathrm{i}}^2) - c \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^2 - a \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^4 = 0$$

H_i	$Q_i^2 \cdot 10^3$	$H_i \cdot Q_i^2 \cdot 10^3$	$Q_i^4 \cdot 10^6$
53,0	0,193	10,23	0,037
50,0	0,772	38,60	0,595
47,0	1,736	81,59	3,014
42,5	3,086	131,15	9,526
36,0	4,822	173,59	23,257
32,0	5,835	186,72	34,050
27,5	6,944	190,96	48,225
Σ=288,0	Σ=23,388	Σ=812,84	Σ=118,70

$$\Sigma H_i - n \cdot c - a \cdot \Sigma Q_i^2 = 0 \quad \| \quad \Sigma(H_i \cdot Q_i^2) - c \cdot \Sigma Q_i^2 - a \cdot \Sigma Q_i^4 = 0$$

$$\begin{cases} 288{,}0 - 7 \cdot c - 23{,}388 \cdot 10^{-3} \cdot a = 0 \\ 812{,}84 - 23{,}388 \cdot c - 118{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot a = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= -368 \\ c &= 53{,}44 \end{aligned}}$$

$$\boxed{H = 53{,}44 - 3680 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en } \mathrm{m^3/s})}$$

Las alturas obtenidas con la ecuación,

$$H = 53{,}44 - 3680 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en } \mathrm{m}^3/\mathrm{s})$$

están, como puede verse, muy próximas a las reales:

Q m3/h	50	100	150	200	250	275	300
H m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
H m	52,7	50,6	47,1	42,1	35,7	32	27,9

Potencias

Potencia útil P

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H$$

Q se mide con un caudalímetro y ***H*** con dos manómetros:

$$H = (p_{\mathrm{S}} - p_{\mathrm{E}})/\gamma .$$

Potencia exterior en el eje P_e

$$P_e = M \cdot \omega$$

El par motor ***M*** se mide con un dinamómetro y la velocidad angular ω con un tacómetro.

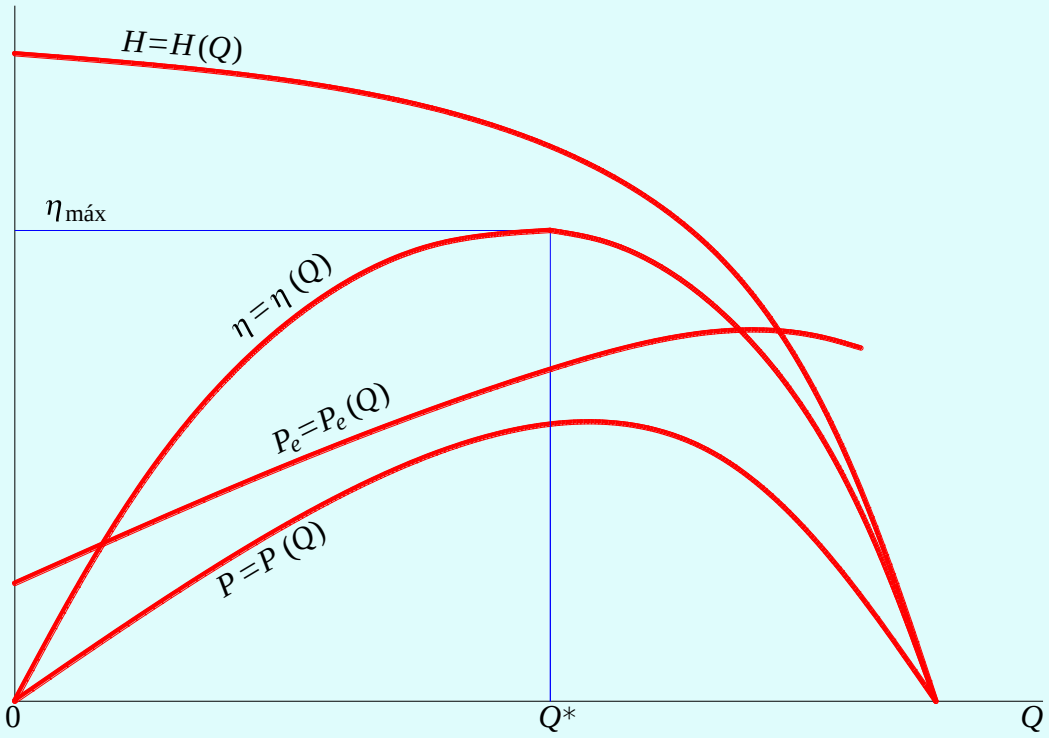
Rendimiento global

$$\eta = \frac{P}{P_e}$$

Con un $\boldsymbol{\omega}$ concreto, obtenemos $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{H}$ y $\boldsymbol{P_e}$ en varios puntos. Con ello obtenemos las curvas:

$$H = H(Q),\ P = P(Q),$$

$$P_e = P_e(Q),\ \eta = \eta(Q).$$



De estas cuatro curvas, el fabricante suele dar

$\boldsymbol{H = H(Q)}$ y $\boldsymbol{P_e = P_e(Q)}$

o bien,

$\boldsymbol{H = H(Q)}$ y $\boldsymbol{\eta = \eta(Q)}$

Si no nos dieran $\eta = \eta(Q)$, conviene obtenerla para conocer los rendimientos en los que nos estamos moviendo:

$$\eta = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{P_e}$$

La curva $\eta = \eta(Q)$ puede ajustarse a,

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

también por el método de mínimos cuadrados:

$$S = \Sigma(\eta_{\mathrm{i}} - d \cdot Q_{\mathrm{i}} - e \cdot Q_{\mathrm{i}}^2)^2$$

Derivamos e igualamos a cero:

$$\partial S/\partial d = 0$$

$$\partial S/\partial c = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \Sigma(\eta_{\mathrm{i}} \cdot Q_{\mathrm{i}}) - d \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^2 - e \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^3 = 0 \\ \Sigma(\eta_{\mathrm{i}} \cdot Q_{\mathrm{i}}^2) - d \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^3 - e \cdot \Sigma Q_{\mathrm{i}}^4 = 0 \end{aligned}\right\}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se obtienen los coeficientes ***d*** y ***e***.

EJERCICIO

En la bomba del ejercicio anterior, tenemos:

Q m3/h	50	100	150	200	250	275	300
H m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
Pe CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48

a) Calcúlense $P = P(Q)$ y $\eta = \eta(Q)$. Estímese también el caudal Q^* de diseño.

b) Determínense los coeficientes d y e:

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

ajustados a los 5 últimos puntos, y obténgase el caudal Q^* de diseño.

Solución

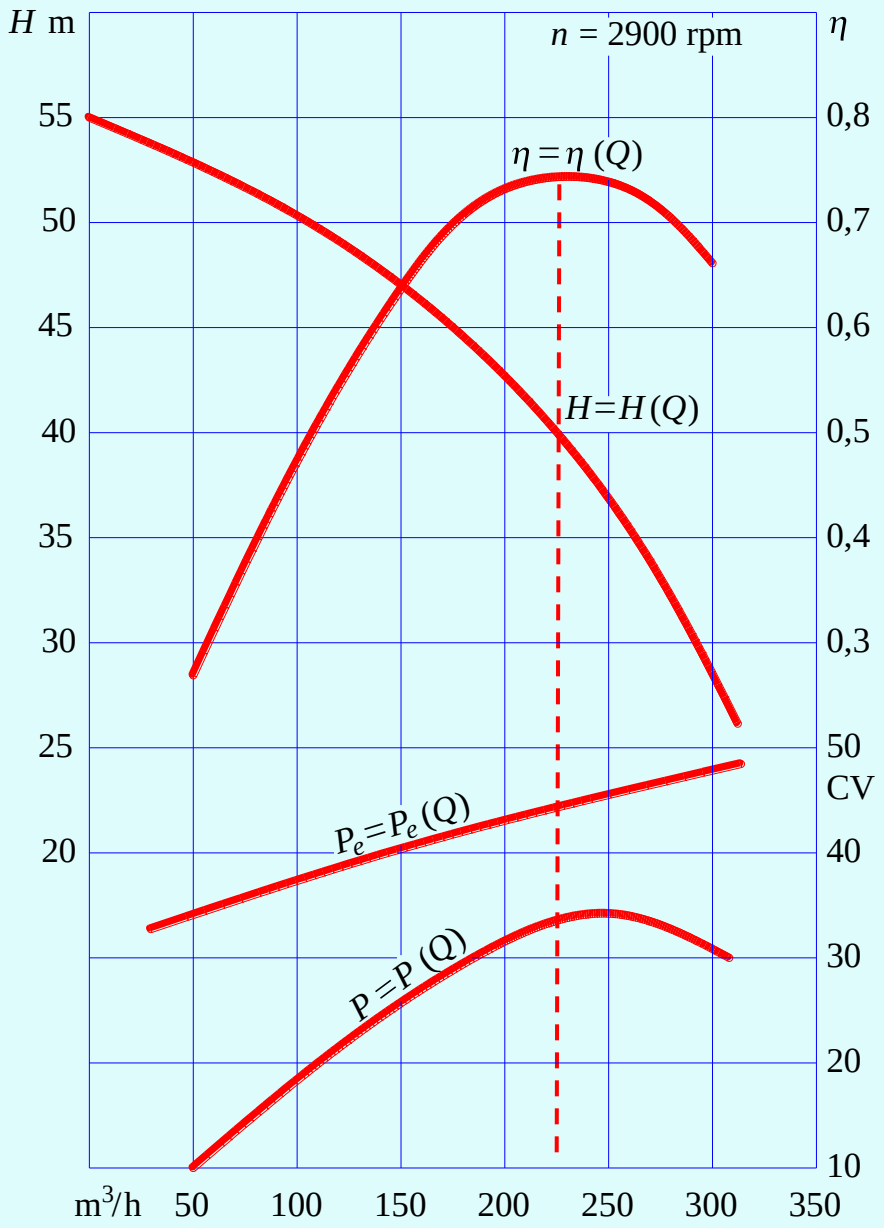
a) Mediante las fórmulas,

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H$$

$$\eta = \frac{P}{P_e}$$

se obtiene:

Q m3/h	50	100	150	200	250	275	300
H m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
P_e CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48
P CV	9,8	18,5	26,1	31,5	33,3	32,6	30,6
η	0,28	0,49	0,64	0,73	0,73	0,70	0,64



Caudal de diseño

$Q^* \approx 230\ m^3/h$

b) $$\left.\begin{aligned}\Sigma(\eta_i \cdot Q_i) - d \cdot \Sigma Q_i^2 - e \cdot \Sigma Q_i^3 = 0 \\ \Sigma(\eta_i \cdot Q_i^2) - d \cdot \Sigma Q_i^3 - e \cdot \Sigma Q_i^4 = 0\end{aligned}\right\}$$

Para los 5 últimos puntos:

$\eta \cdot Q_i \cdot 10^3$	$\eta \cdot Q_i^2 . 10^3$	$Q_i^2 \cdot 10^3$	$Q_i^3 \cdot 10^3$	$Q_i^4 \cdot 10^6$
26,7	1,111	1,736	0,0723	3,014
40,6	2,253	3,086	0,1715	9,526
50,7	3,520	4,822	0,3349	23,257
53,5	4,085	5,835	0,4457	34,050
53,3	4,444	6,944	0,5787	48,225
S=224,8	S=15,41	S=22,42	S=1,603	S=118,1

$$\left.\begin{aligned} 224{,}8 - 22{,}423 \cdot d - 1{,}6031 \cdot e = 0 \\ 15{,}413 - 1{,}6031 \cdot d - 0{,}11807 \cdot e = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$e = -190 \qquad d = 23{,}63$$

$$\boxed{\eta = 23{,}63 \cdot Q - 190 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en } \mathrm{m}^3/\mathrm{s})}$$

Los valores obtenidos con la ecuación están, como puede verse, muy próximos a los reales:

Q m³/h	150	200	250	275	300
η (real)	0,64	0,73	0,73	0,70	0,64
η (ecuación)	0,655	0,726	0,725	0,696	0,650

El caudal ***Q**** de diseño es el correspondiente al máximo valor de η. Analíticamente,

$$\frac{d\eta}{dQ} = 23{,}63 - 380 \cdot Q^* = 0 \qquad \boxed{Q^* = 0{,}0622\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s} = 224\ \mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

Velocidad angular variable

Las características de una bomba varían con la velocidad. Esto tiene interés, por ejemplo:

a) Cuando la bomba es arrastrada por un motor térmico y su velocidad pueda cambiarse según necesidad.

b) Cuando el caudal de la instalación es variable, puede interesar colocarle al motor eléctrico un variador de frecuencia.

c) Una misma bomba con motores diferentes da prestaciones también diferentes; como si fuera otra bomba.

Leyes de semejanza

$$\frac{Q}{Q_1} = \lambda^3 \cdot \frac{n}{n_1} \quad \frac{H}{H_1} = \lambda^2 \cdot \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \quad \frac{P_e}{P_{e1}} = \lambda^5 \cdot \left(\frac{n}{n_1}\right)^3$$

Para $\lambda = 1$:

$\frac{Q}{Q_1} = \frac{n}{n_1}$	$\frac{H}{H_1} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2$	$\frac{P_e}{P_{e1}} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^3$

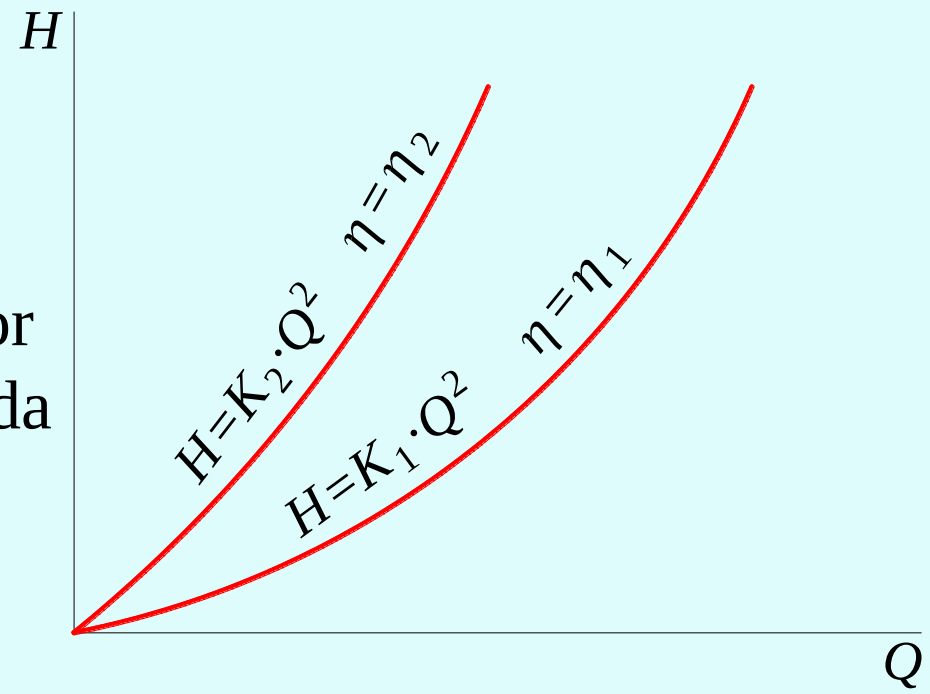
Las tres han de cumplirse simultáneamente y sólo serán válidas para comparar situaciones análogas, o de igual rendimiento.

Curvas isorrendimiento

Eliminamos n/n_1 entre las dos primeras:

$$\frac{H}{H_1} = \left(\frac{Q}{Q_1}\right)^2 ; \quad H = \frac{H_1}{Q_1^2} \cdot Q^2 = K_1 \cdot Q^2$$

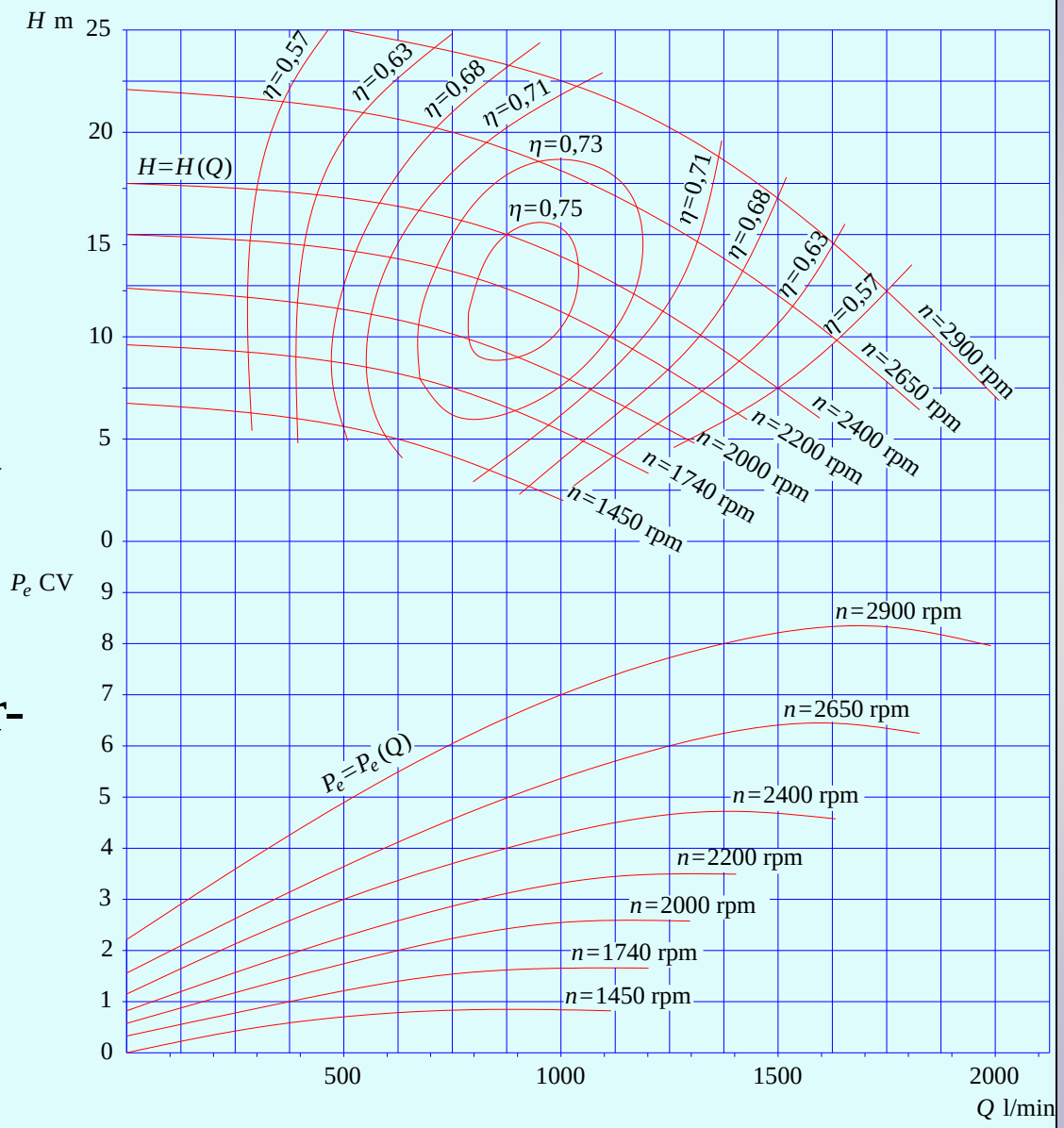
$$\boxed{H = K \cdot Q^2}$$



Son parábolas que pasan por el origen. Cada valor de ***K*** da lugar a una curva diferente.

Las leyes de semejanza no se cumplen para caudales pequeños.

Las ***curvas isorrendimiento*** han de obtenerse mediante ensayos; son más bien ***elipses.***



EJERCICIO

Los datos de la bomba,

Q m^3/h	50	100	150	200	250	275	300
H m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
P_e CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48

son para 2400 rpm. Calcularlos para 2900 rpm.

Solución

$$n/n_1 = 2900/2400 = 1{,}208:$$

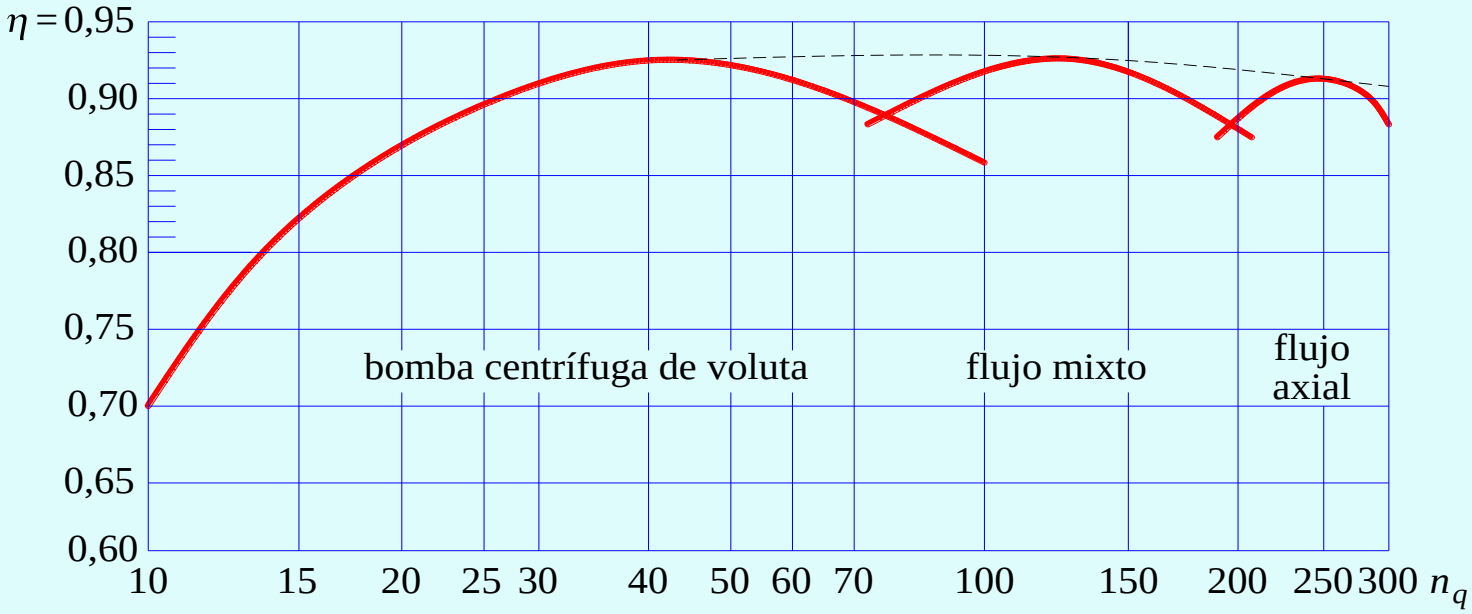
$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{n}{n_1} = 1{,}208 \qquad \frac{H}{H_1} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 = 1{,}460 \qquad \frac{P_e}{P_{e1}} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^3 = 1{,}764$$

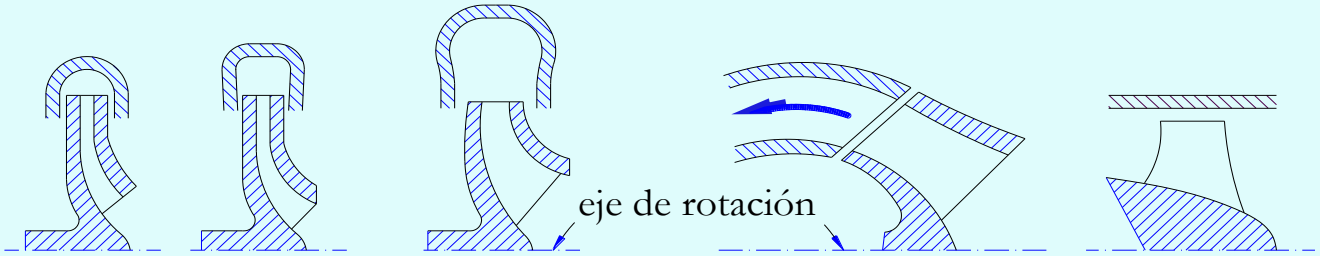
Nuevos valores:

Q m^3/h	60,4	120,8	181,2	241,7	302,1	332,3	362,5
H m	77,4	73,0	68,6	62,1	52,7	46,7	40,2
P_e CV	61,7	67,0	71,5	75,9	80,3	82,0	84,7

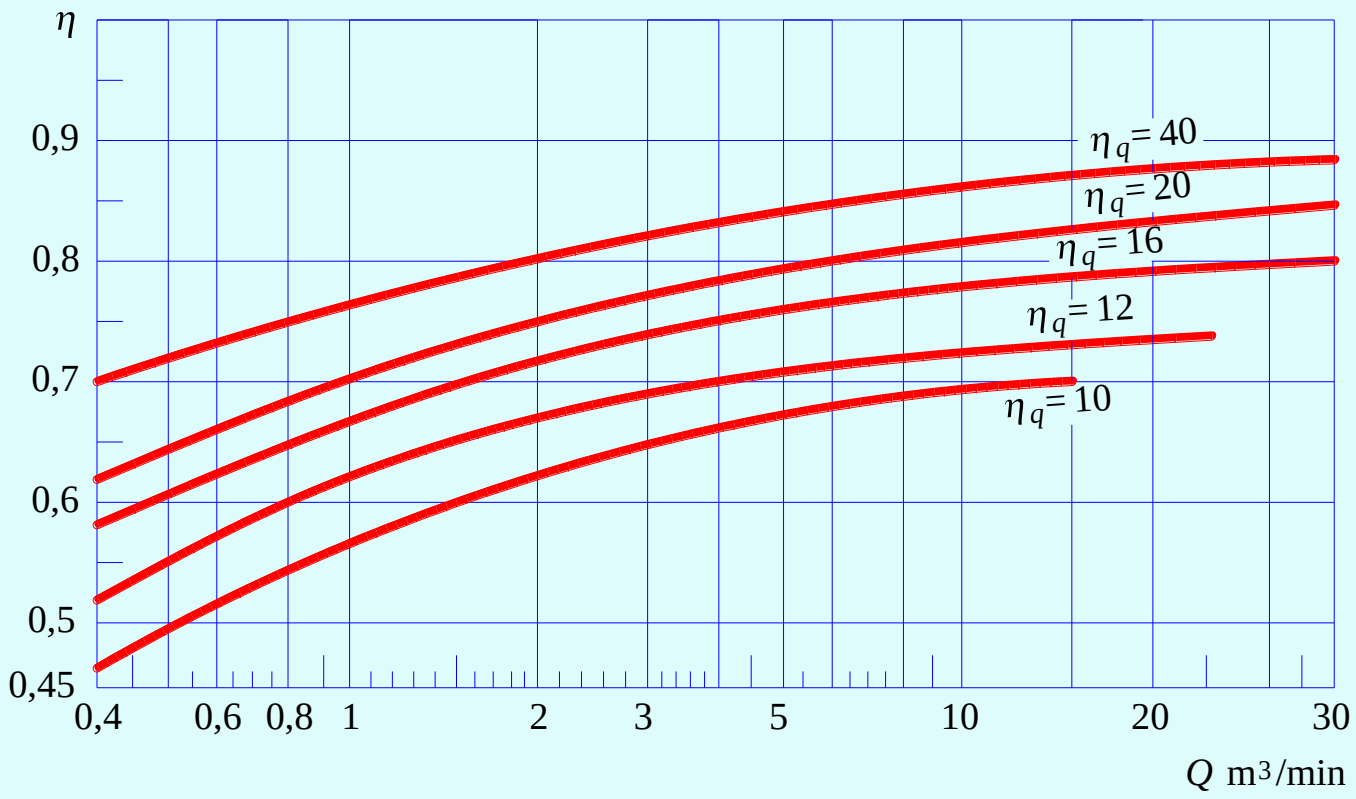
VELOCIDAD ESPECÍFICA Y TAMAÑO

- ***bombas centrífugas*:** $n_q = 10 \div 100$ $(n_q{}^* \approx 50)$
- ***bombas mixtas*:** $n_q = 75 \div 200$ $(n_q{}^* \approx 130)$
- ***bombas hélice*:** $n_q = 200 \div 320$ $(n_q{}^* \approx 250)$



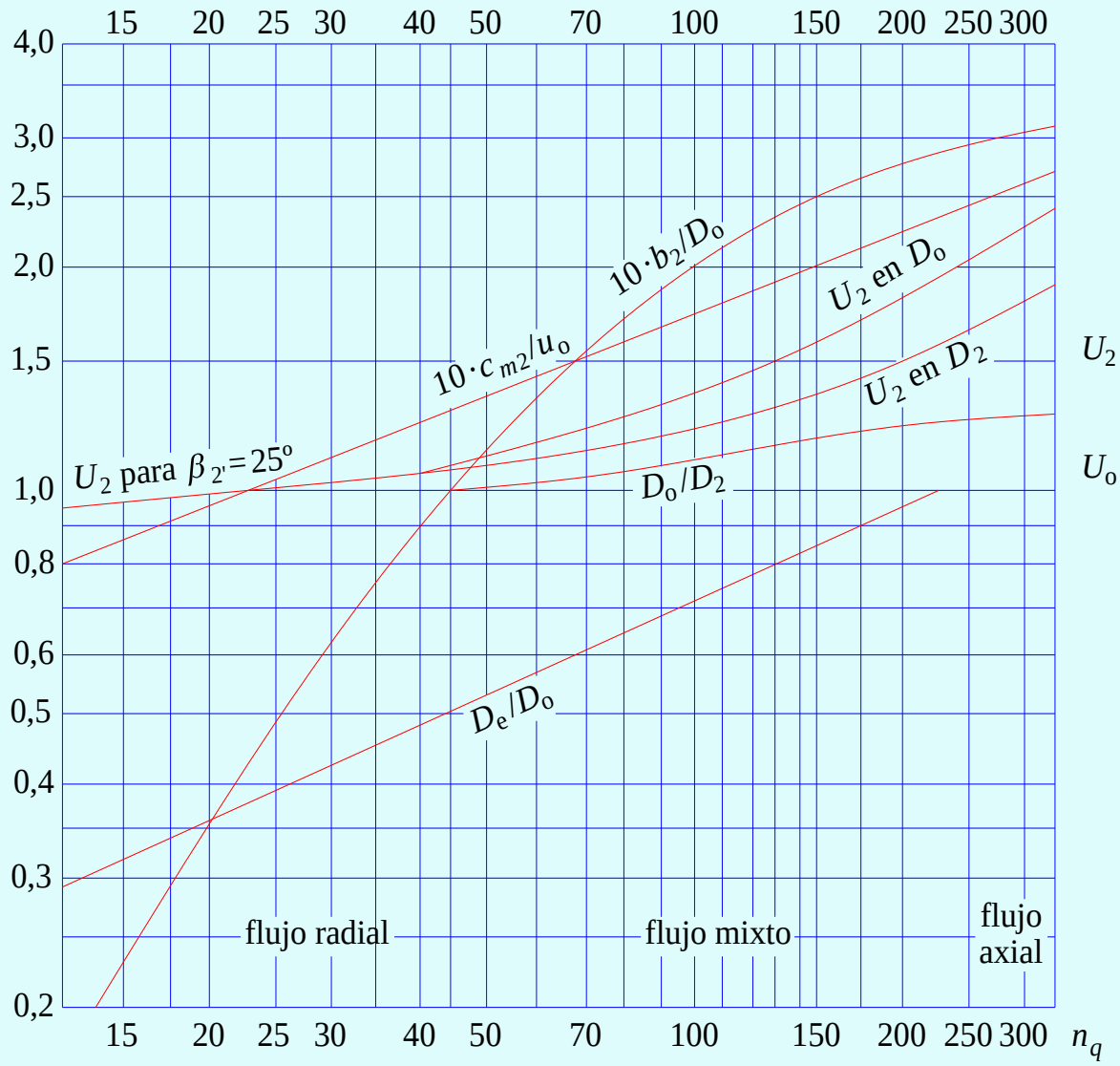


Rendimiento de cinco bombas centrífugas semejantes



- Es mejor en mayores tamaños (mayores caudales).
- Es mejor para mayores ***velocidades específicas*** (por supuesto, en bombas centrífugas hasta el valor **50**, a partir del cual comienza a disminuir).

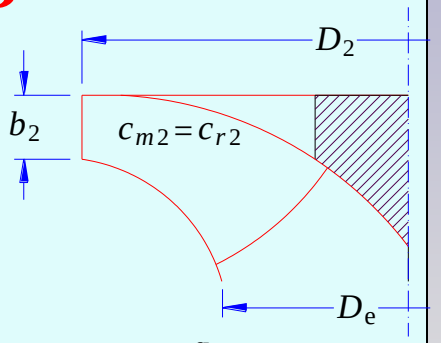
PROPORCIONES Y FACTORES DE DISEÑO



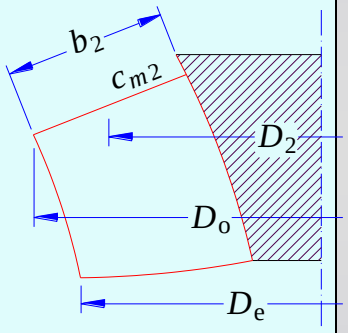
$$U_2 = \frac{u_2}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

$$U_o = \frac{u_o}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

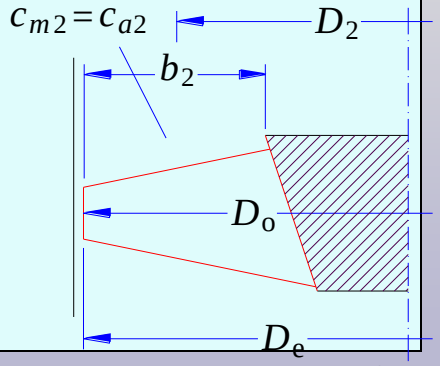
centrífuga



flujo mixto



flujo axial



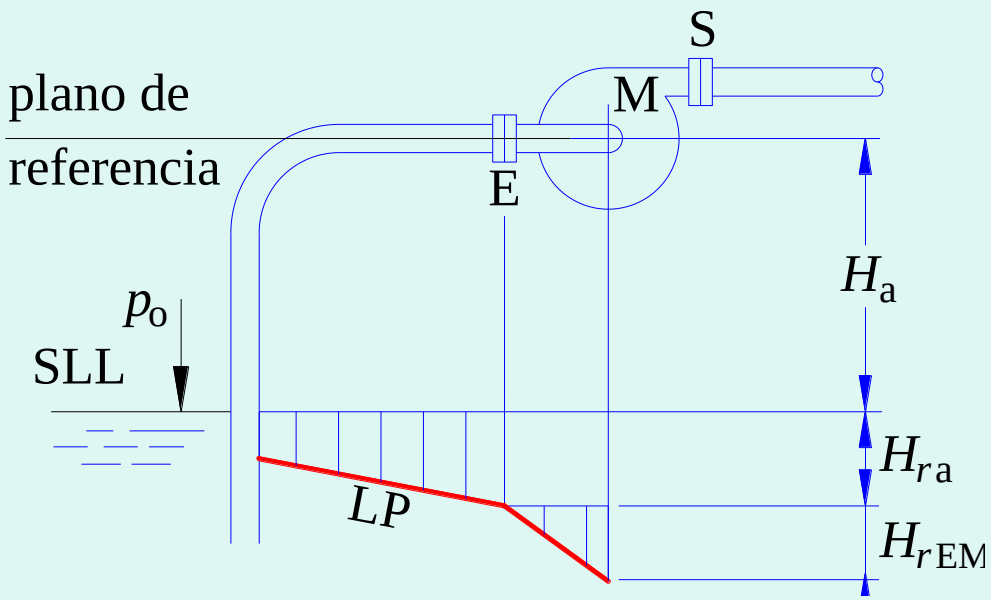
CAVITACIÓN EN BOMBAS

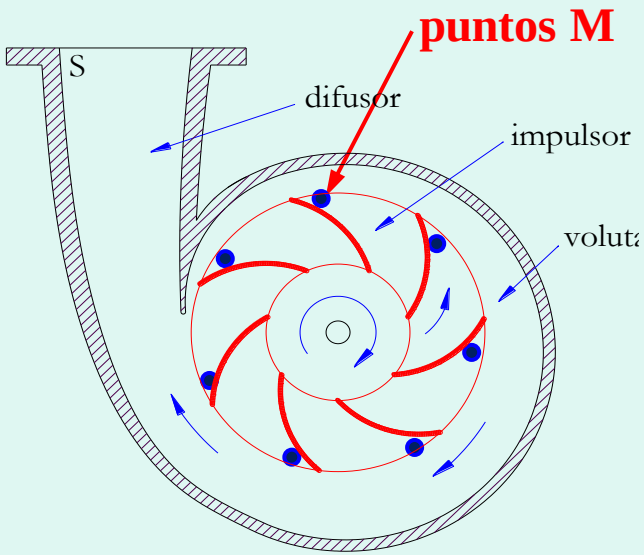
El análisis de cavitación en bombas y la limitación de la altura de aspiración se anticipó en el documento del estudio de impulsiones. Aquí lo que hacemos es repetir.

CAVITACIÓN EN BOMBAS

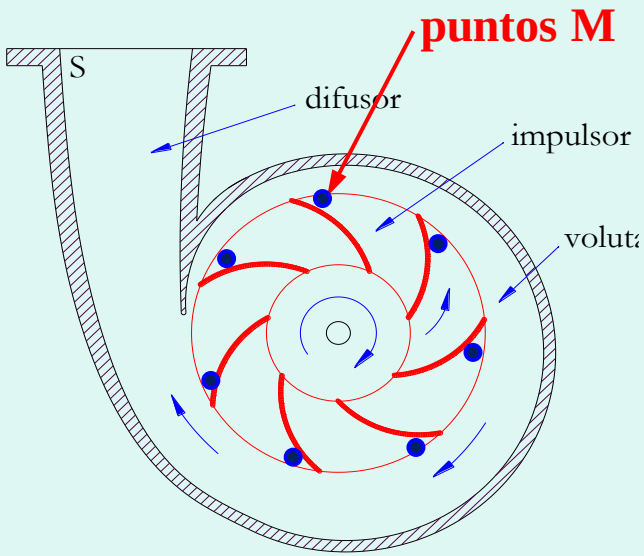
La presión a la entrada de la bomba depende de la altura de aspiración H_a , que resulta negativa si la bomba se coloca por encima de la SLL.

Además, la presión disminuye desde dicha entrada **E** hasta los puntos **M** (los más propensos a cavitación) en los que el flujo comienza a recibir energía.





Si la altura de aspiración H_a supera un límite, aparece ***cavitación*** en los puntos **M**. La presión en estos puntos ha de ser mayor que la presión de saturación p_s correspondiente (aproximadamente 0,23 m en instalaciones hidráulicas).



cavitación

Cavitation damages

www.cheresources.com , *The Chemical Engineer's Resource Page*

Erosión por cavitación

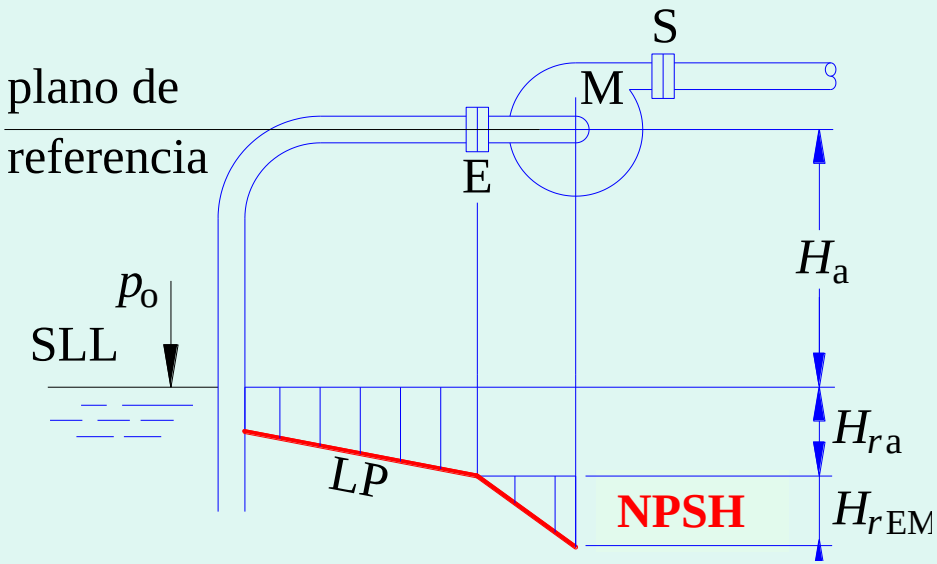
Cavitación en bombas hélice

Entre la entrada **E** y el punto **M** hay una caída de presión, **NPSH**, característica de cada bomba, cuya curva ha de dar el fabricante.

Así pues,

$$\frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} = H_a + H_{ra} + NPSH$$

de donde obtendríamos la altura máxima de aspiración, ya en el límite de cavitación. Para asegurarnos le restamos 0,5 m:



$$H_a \leq \frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} - H_{ra} - NPSH - 0{,}5 \text{ m}$$

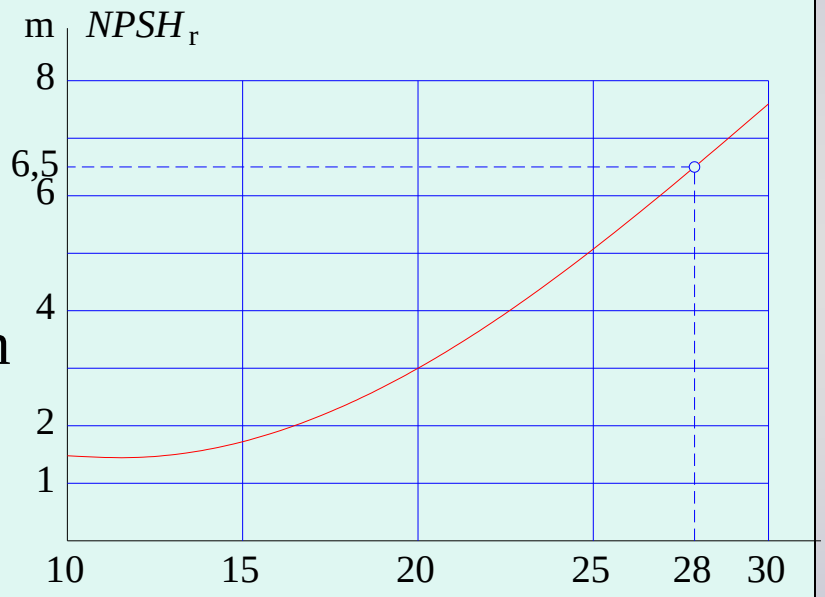
EJERCICIO

Para 28 l/s, se ha colocado una bomba cuya *NPSH* es la indicada en la figura. Hállese la máxima H_a (p_s/γ = 0,023 m),

a) a nivel del mar (p_a/γ = 10,33 m)

b) a 2000 m (p_a/γ = 8,10 m)

H_{ra}(incluidos accesorios) = 0,2 m.



Solución

$$H_a \leq \frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} - H_{ra} - NPSH - 0{,}5 \text{ m}$$

a) $H_a = 10{,}33 - 0{,}23 - 0{,}2 - 6{,}5 - 0{,}5 = 2{,}90 \text{ m}$

b) $H_a = 8{,}10 - 0{,}23 - 0{,}2 - 6{,}5 - 0{,}5 = 0{,}67 \text{ m}$

Acoplamiento de bombas en paralelo

En instalaciones importantes en las que se prevén grandes fluctuaciones de caudal, interesa colocar varias bombas acopladas en paralelo.

Es conveniente que haya

- una más de reserva
- una o dos *auxiliares*, también en paralelo.

Entre cada bomba y el colector común ha de colocarse, además de una válvula normal, otra de retención para evitar que el flujo se invierta cuando no funciona.

Bombas iguales

Conocemos la ***curva motriz*** $H = H(Q)$ de la bomba.

Para dibujar la ***curva motriz*** de **n** bombas, se multiplica por **n** el caudal correspondiente a una de ellas.

Analíticamente:

a) para una bomba,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

b) para n bombas,

$$H = c + a \cdot \left(\frac{Q}{\mathrm{n}}\right)^2$$

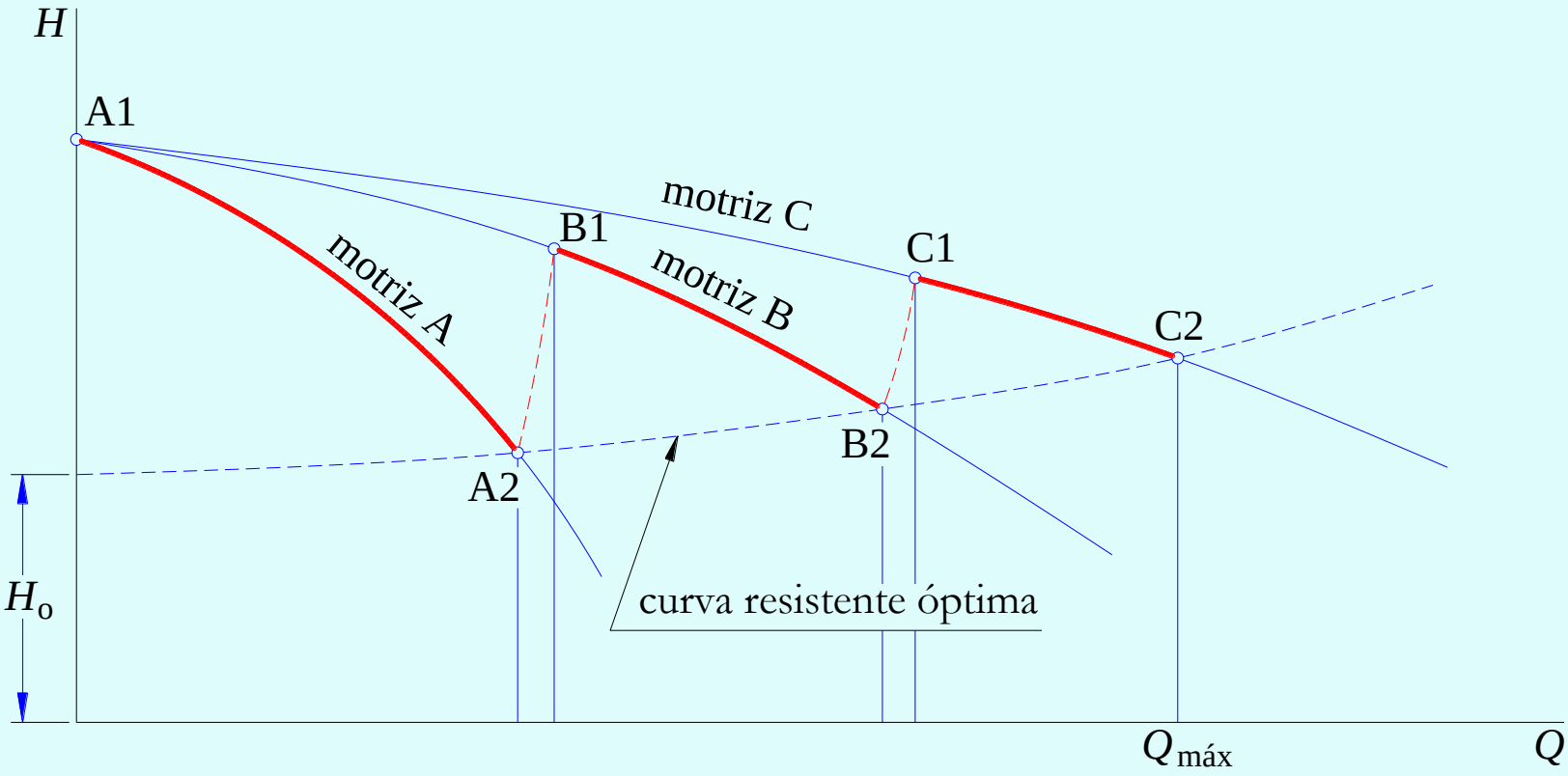
$$\eta = d \cdot \frac{Q}{\mathrm{n}} + e \cdot \left(\frac{Q}{\mathrm{n}}\right)^2$$

Supongamos tres bombas en paralelo.

1 bomba: ***curva motriz A***

2 bombas: ***curva motriz B***

3 bombas: ***curva motriz C***

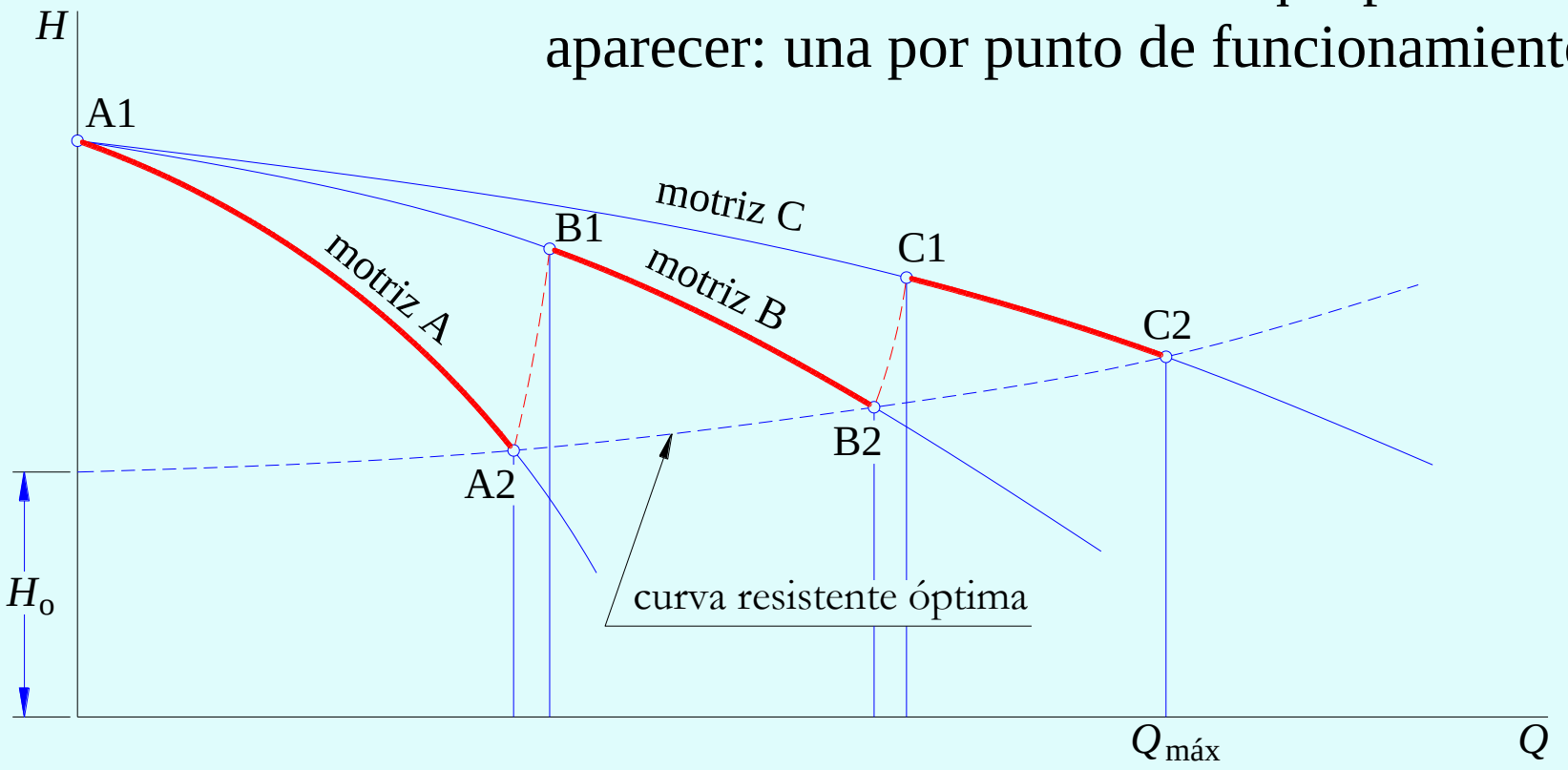


Curva resistente mínima (y óptima)

$$H = H_o + r \cdot Q^2$$

Los ***puntos de funcionamiento*** para distintos caudales han de estar en algún punto de las tres ***curvas motrices***.

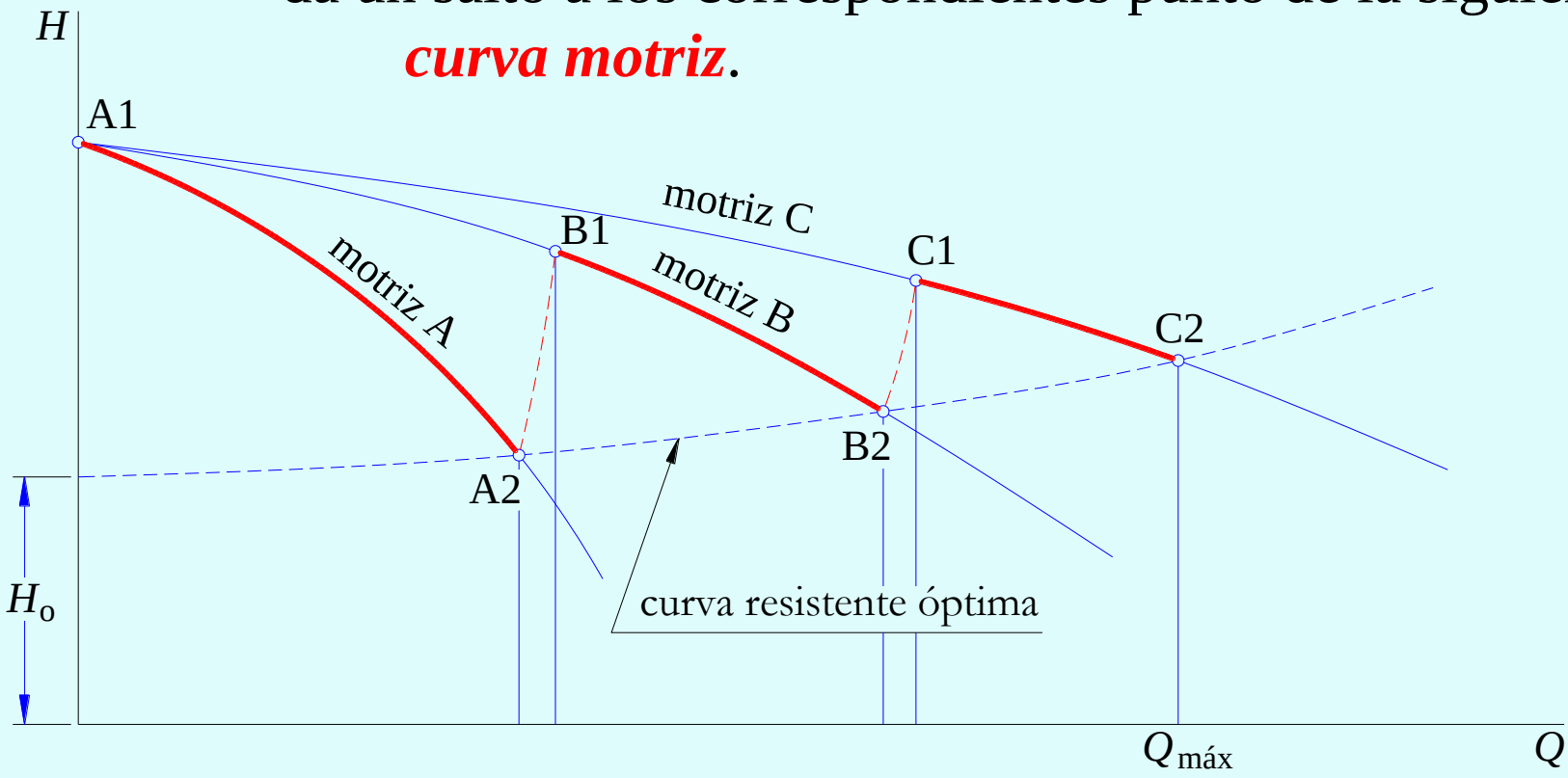
Son infinitas las ***curvas resistentes*** que pueden aparecer: una por punto de funcionamiento.



Por ejemplo, por el punto **B1** pasa una ***curva resistente*** y por el punto **B2** otra.

La ***curva motriz* B1-B2** cruza las infinitas ***curvas resistentes*** entre ambas.

Cada vez que entra una bomba, el ***punto de funcionamiento*** da un salto a los correspondientes punto de la siguiente ***curva motriz***.

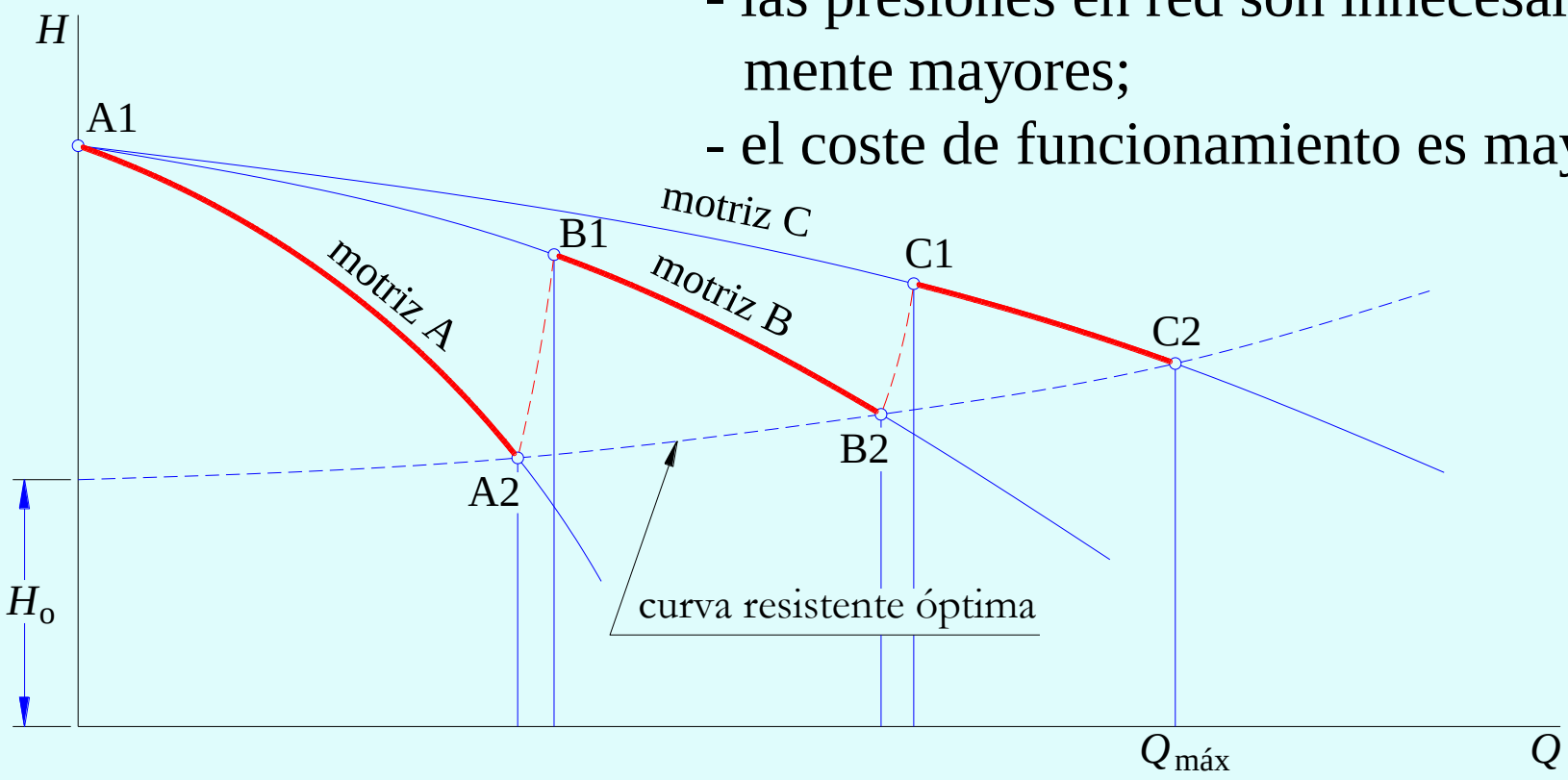


Los sucesivos puntos de funcionamiento estarían pues sobre la línea en ***diente de sierra***, A1-A2, B1-B2, C1-C2.

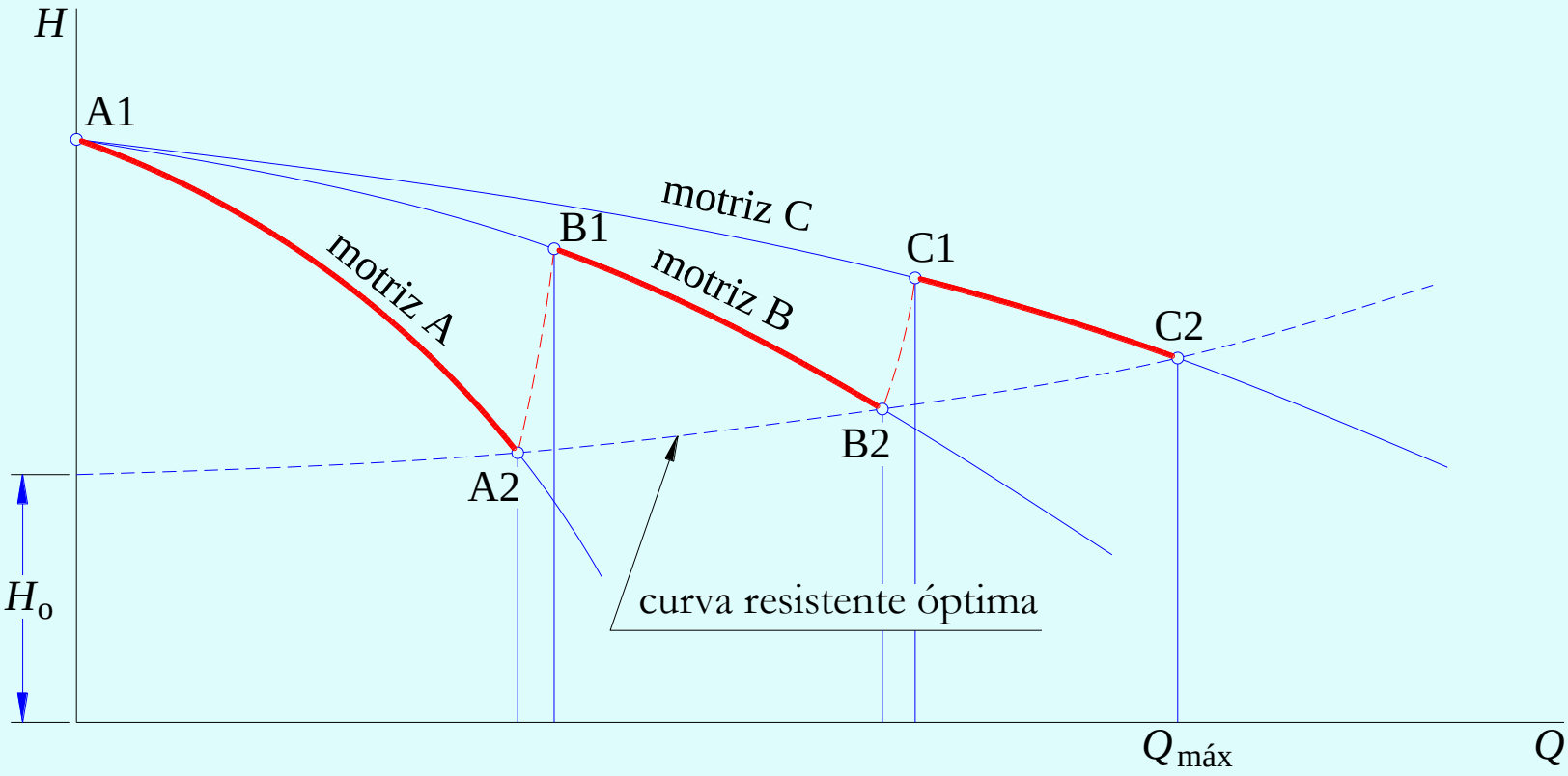
Interesa aproximar los puntos reales de funcionamiento a la curva resistente óptima.

Puntos superiores tiene un doble inconveniente:

- las presiones en red son innecesariamente mayores;
- el coste de funcionamiento es mayor.

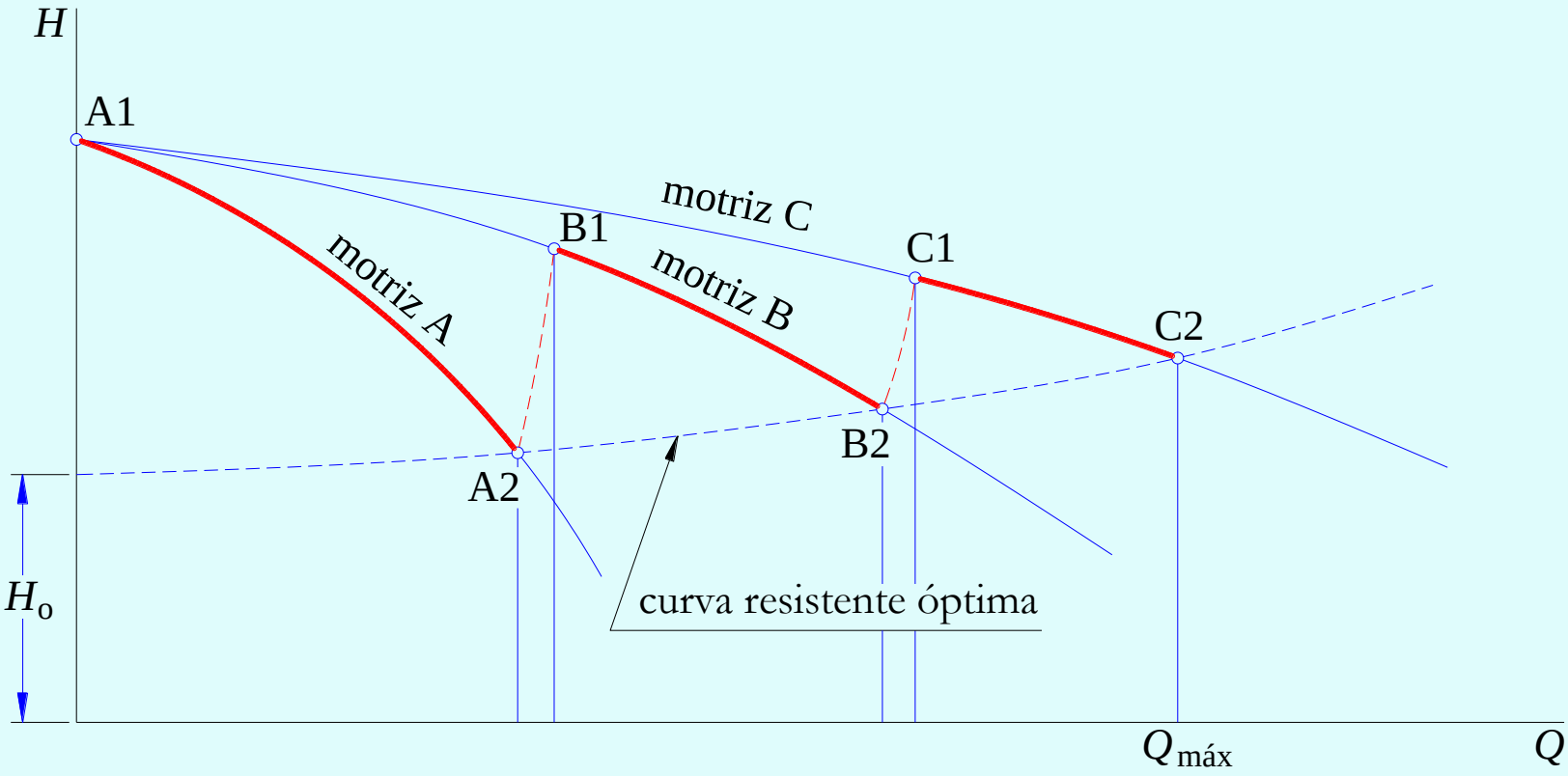


Cuando se conecta una nueva bomba, las presiones en la red aumentan y los caudales también ($Q_{B1} > Q_{A2}$).
Ambos caudales están desde luego bastante próximos y las pérdidas de carga en las tuberías serán muy parecidas.



Supongamos entonces que las alturas de dos puntos consecutivos **2** y **1** son proporcionales al cuadrado de sus caudales:

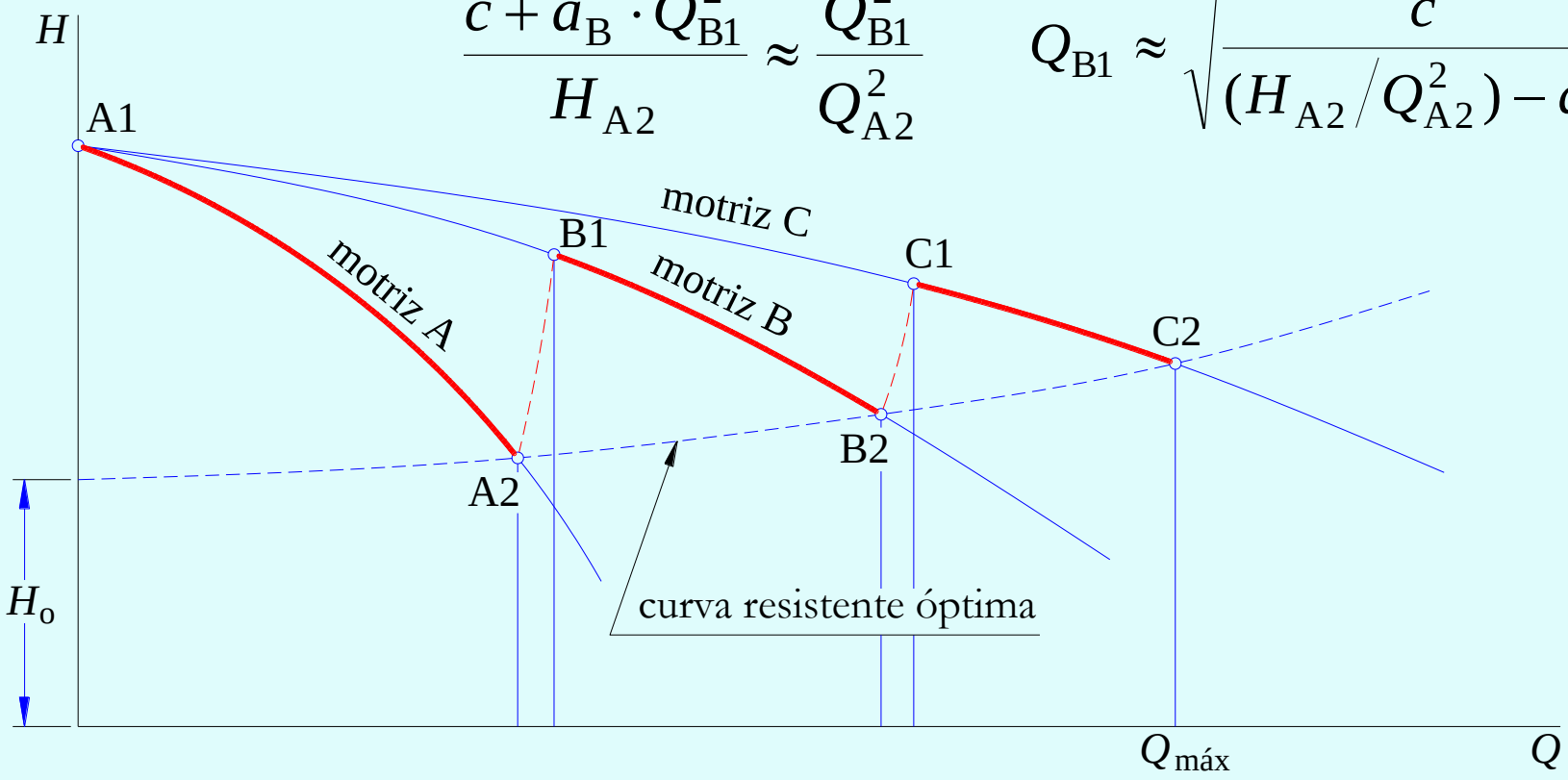
$$\frac{H_{\mathrm{B1}}}{H_{\mathrm{A2}}} \approx \frac{Q_{\mathrm{B1}}^2}{Q_{\mathrm{A2}}^2}$$



$$\frac{H_{B1}}{H_{A2}} \approx \frac{Q_{B1}^2}{Q_{A2}^2}$$

en la que sustituimos la ecuación de la ***curva motriz*** que pasa por los diferentes puntos 1:

$$\frac{c + a_B \cdot Q_{B1}^2}{H_{A2}} \approx \frac{Q_{B1}^2}{Q_{A2}^2} \qquad Q_{B1} \approx \sqrt{\frac{c}{(H_{A2}/Q_{A2}^2) - a_B}}$$



vulka.es

Bombas diferentes

Sean dos bombas diferentes 1 y 2:

$$H = c_1 + a_1 \cdot Q^2 \qquad H = c_2 + a_2 \cdot Q^2$$

$$\eta = d_1 \cdot Q + e_1 \cdot Q^2 \qquad \eta = d_2 \cdot Q + e_2 \cdot Q^2$$

Cuando trabajen ambas, el caudal total ***Q*** requerido por la instalación lo suministran entre las dos: $\boldsymbol{Q = Q_1 + Q_2}$**.**

Los caudales $\boldsymbol{Q_1}$ y $\boldsymbol{Q_2}$ han de originar la misma ***H***:

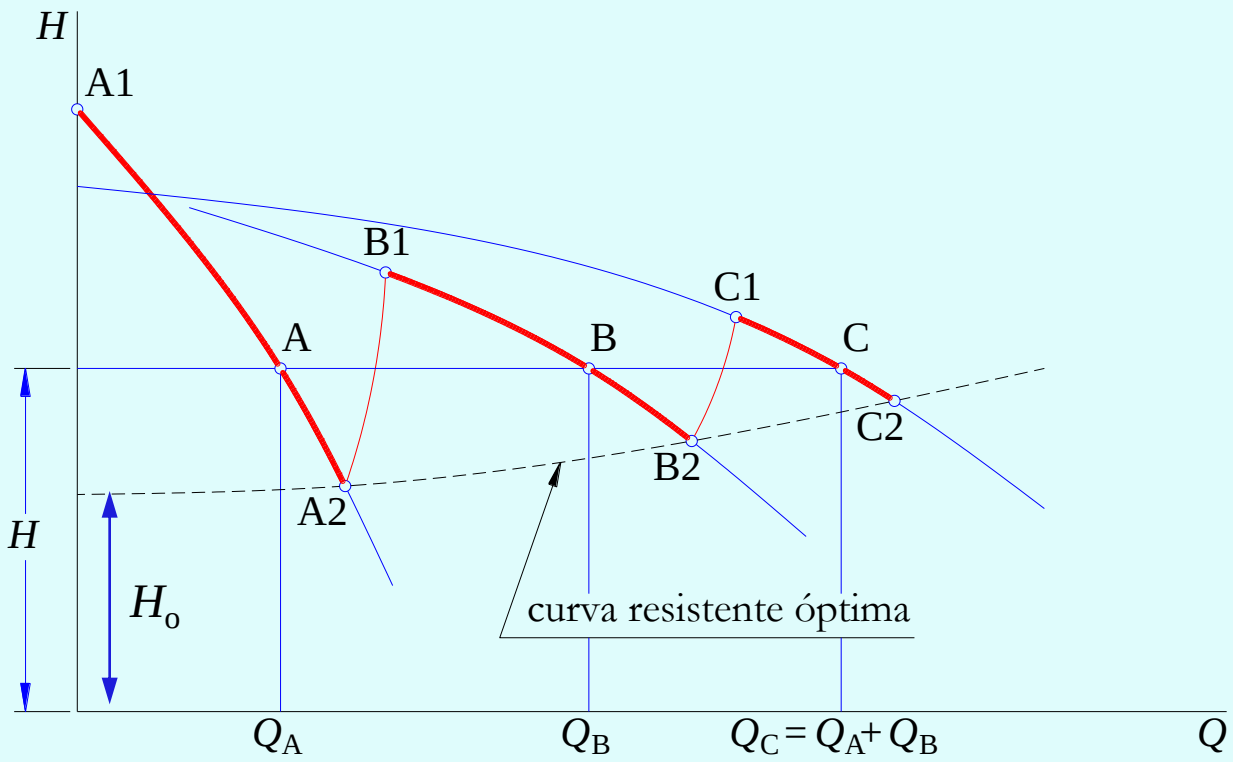
$$Q_1 = Q_1(H) \qquad Q_2 = Q_2(H)$$

La curva característica conjunta sería:

$$Q_1(H) + Q_2(H) = Q$$

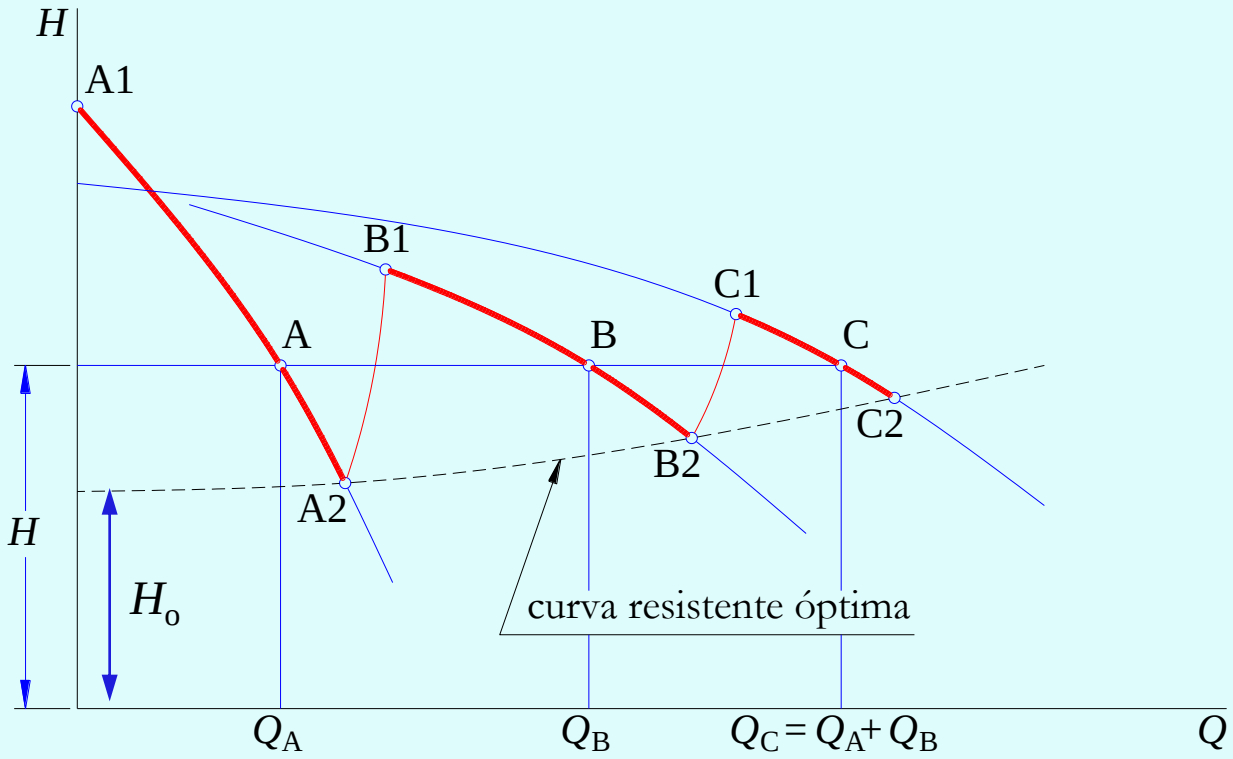
Supongamos dos bombas diferentes:

- una bomba auxiliar: ***curva motriz*** A
- una bomba principal: ***curva motriz*** B
- ambas bombas: ***curva motriz*** C



En un punto **C** de funcionamiento, las bombas suministrarían **Q_A** y **Q_B** a la misma presión: **$Q_C = Q_A + Q_B$.**

El rendimiento de cada bomba será el que corresponda a sus respectivos caudales.



EJERCICIO

En un riego se instalan 3 iguales en paralelo:.

$$H = 86 - 86{,}4 \cdot Q^2 \quad (H \text{ m}, Q \text{ m}^3/\text{s})$$

La curva resistente mínima (óptima) es,

$$H = 48 + 3{,}0 \cdot Q^2 \quad (H \text{ m}, Q \text{ m}^3/\text{s})$$

Determínense:

a) los puntos A2, B2 y C2;

b) los puntos C1 y B1

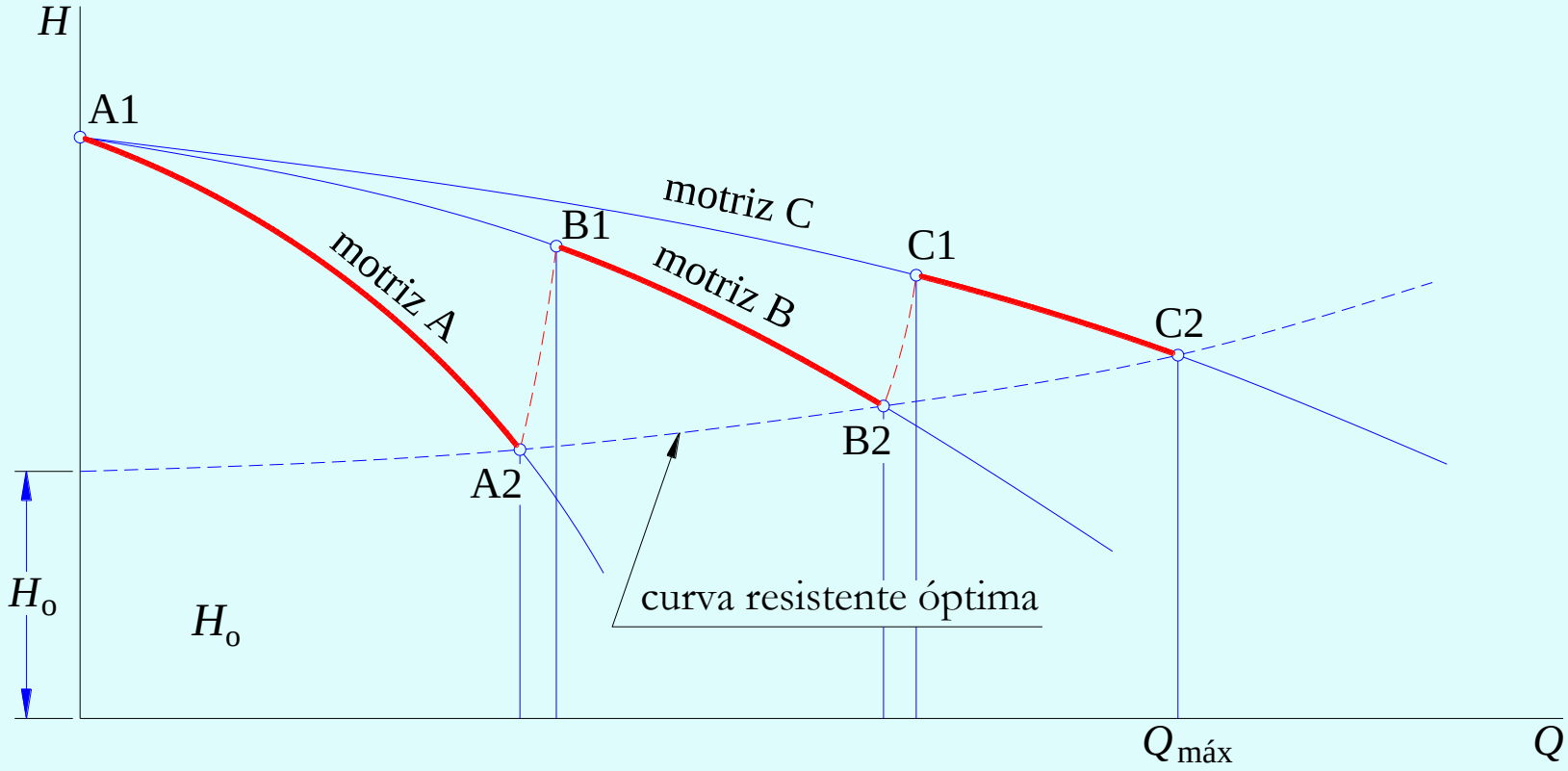
c) Para dichos puntos, $\eta_{A2} = 0{,}79$; $\eta_{B1} = 0{,}82$; $\eta_{B2} = 0{,}82$ $\eta_{C1} = 0{,}86$; $\eta_{C2} = 0{,}84$

Calcúlese la potencia eléctrica ($\eta_e = 0{,}96$) y la potencia mínima de cada motor.

Solución

Curvas motrices

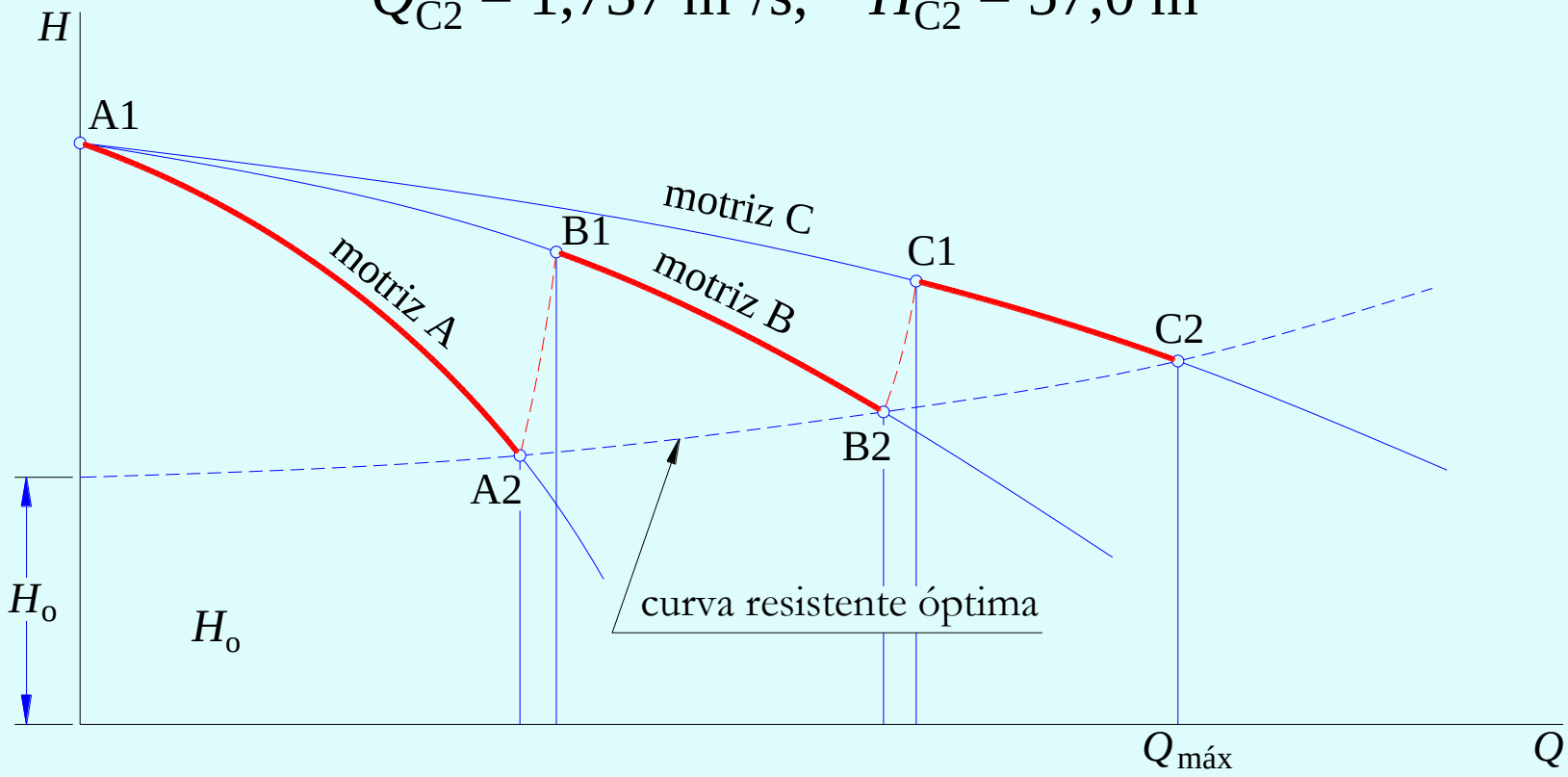
$$H = c + a \cdot \left(\frac{Q}{\mathrm{n}}\right)^2 \begin{cases} \text{curva A:} & H = 86 - 86{,}4 \cdot Q^2 \\ \text{curva B:} & H = 86 - 21{,}6 \cdot Q^2 \\ \text{curva C:} & H = 86 - 9{,}6 \cdot Q^2 \end{cases}$$



a) *Puntos* A2, B2, C2

Intersección con la curva resistente óptima ($H = 48 + 3{,}0 \cdot Q^2$):

$$Q_{A2} = 0{,}652\ \text{m}^3/\text{s}, \quad H_{A2} = 49{,}3\ \text{m}$$
$$Q_{B2} = 1{,}243\ \text{m}^3/\text{s}, \quad H_{B2} = 52{,}6\ \text{m}$$
$$Q_{C2} = 1{,}737\ \text{m}^3/\text{s}, \quad H_{C2} = 57{,}0\ \text{m}$$



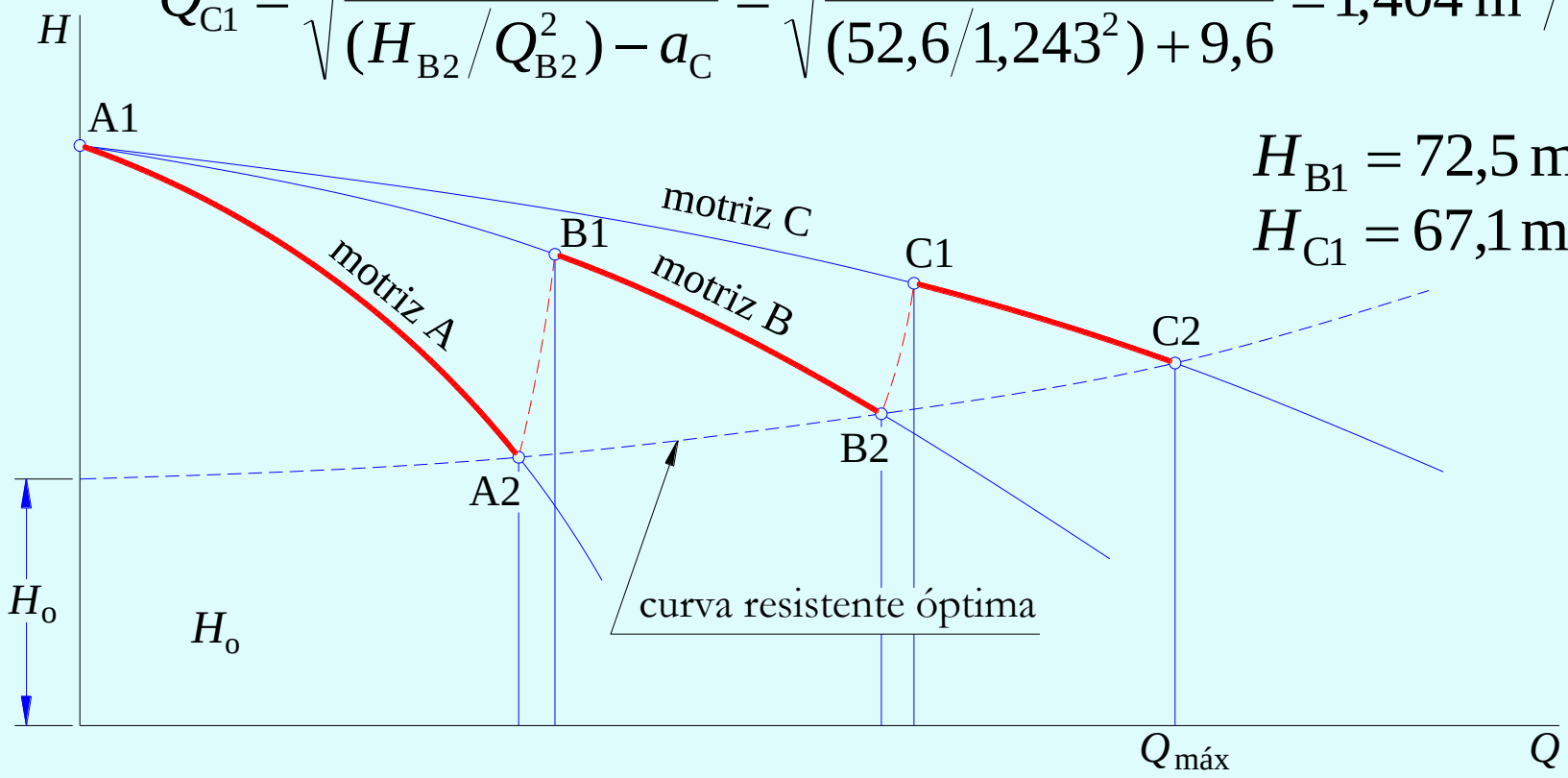
b) *Puntos* B1, C1

Al entrar una nueva bomba el nuevo caudal sería,

$$Q_{B1} = \sqrt{\frac{c}{(H_{A2}/Q_{A2}^2) - a_B}} = \sqrt{\frac{86}{(49{,}3/0{,}652^2) + 21{,}6}} = 0{,}791\,\mathrm{m^3/s}$$

$$Q_{C1} = \sqrt{\frac{c}{(H_{B2}/Q_{B2}^2) - a_C}} = \sqrt{\frac{86}{(52{,}6/1{,}243^2) + 9{,}6}} = 1{,}404\,\mathrm{m^3/s}$$

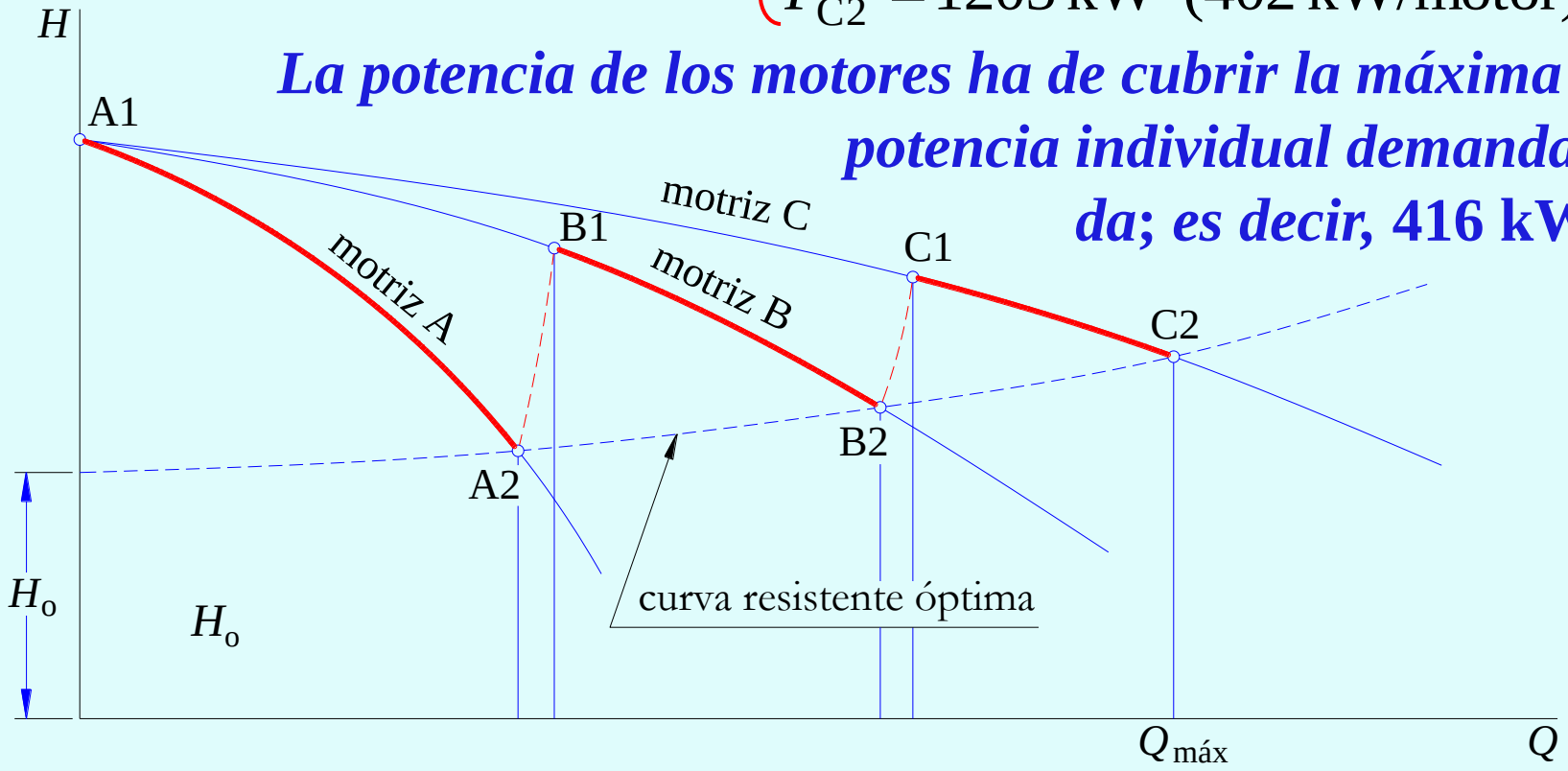
$$H_{B1} = 72{,}5\,\mathrm{m}$$
$$H_{C1} = 67{,}1\,\mathrm{m}$$



c) *Potencias eléctricas consumidas*

$$P_e = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta_e \cdot \eta} = \frac{9{,}81}{0{,}96} \cdot \frac{Q \cdot H}{\eta} \quad \begin{cases} P_{A2} = 416\,\text{kW} \\ P_{B1} = 715\,\text{kW} \;\; (358\,\text{kW/motor}) \\ P_{B2} = 815\,\text{kW} \;\; (408\,\text{kW/motor}) \\ P_{C1} = 1120\,\text{kW} \;\; (373\,\text{kW/motor}) \\ P_{C2} = 1205\,\text{kW} \;\; (402\,\text{kW/motor}) \end{cases}$$

La potencia de los motores ha de cubrir la máxima potencia individual demanda-da; es decir, 416 kW



Bombas en serie

El caudal va sufriendo sucesivos aumentos de presión.

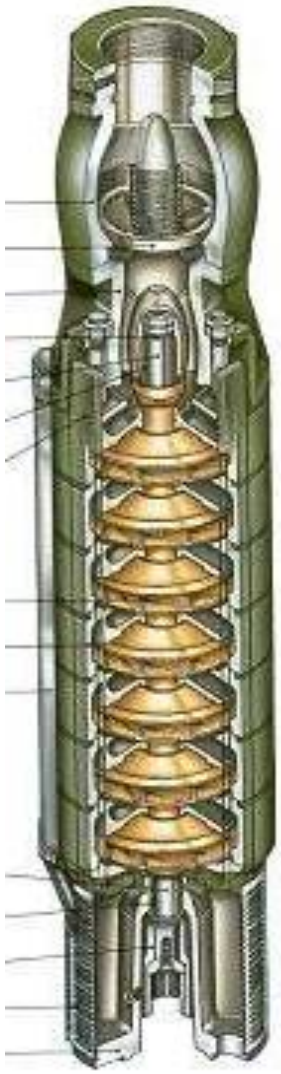
Pueden ser diferentes, aunque como el caudal es el mismo, sus características deben ser las adecuadas para ese caudal y esas alturas.

Es mejor desde luego que sean iguales.

Este tipo de instalaciones es poco frecuente.

Resulta interesante para ***H*** elevadas y limitación de diámetro **(*bombas de pozo profundo*)**

Bombas de pozo profundo

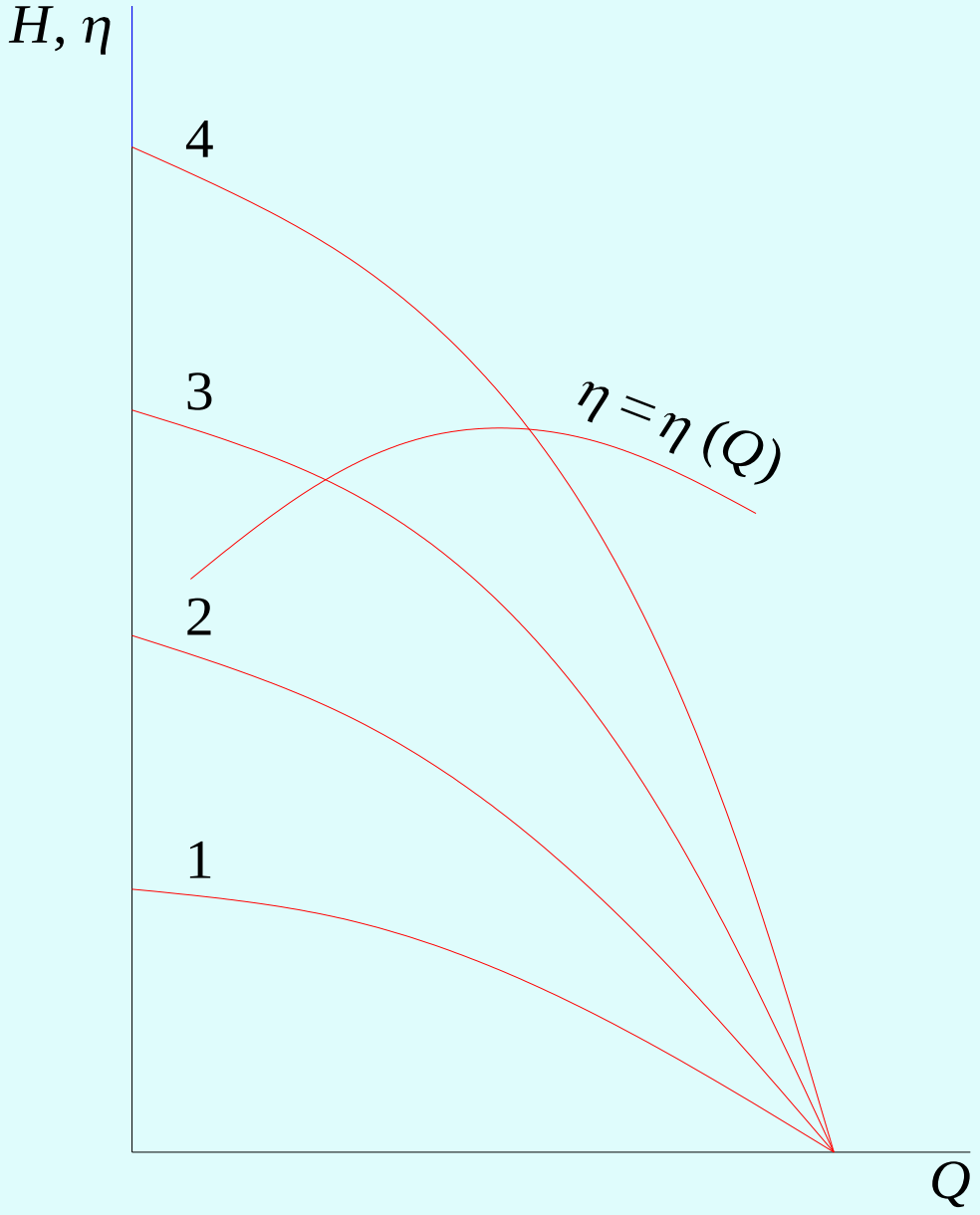


Si para una bomba,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

para **n** iguales,

$$H = \mathrm{n} \cdot (c + a \cdot Q^2)$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$